Correction de l'épreuve de mathématiques du devoir commun du jeudi 22 janvier 2015.

Exercice 1.

1°.

$$A = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{5^{\times 9}}{4^{\times 9}} - \frac{24}{36}$$

$$A = \frac{45}{36} - \frac{24}{36} = \frac{21^{\div 3}}{36^{\div 3}} = \boldsymbol{\frac{7}{12}}$$

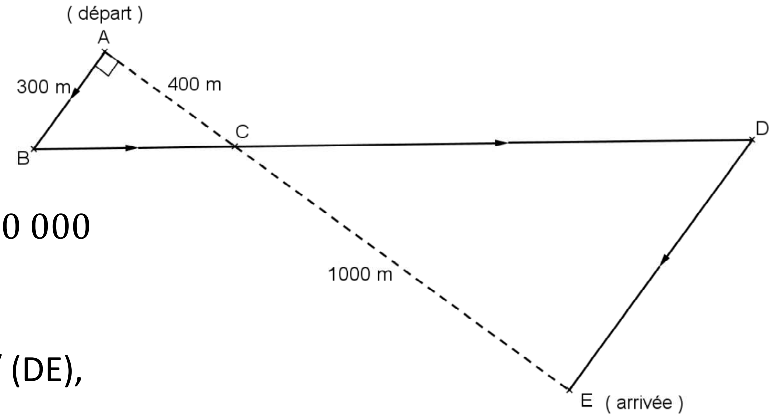
$$B = \left(\frac{2}{3} - \frac{3^{\times 3}}{1^{\times 3}}\right) \div \frac{1}{9} = \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3}\right) \div \frac{1}{9}$$

$$B = -\frac{7}{3} \div \frac{1}{9} = -\frac{7}{3} \times \frac{9}{1} = -\frac{63}{3} = \boldsymbol{-21}$$

2°. A **n'est pas** un nombre décimal.

3°. B **est** un nombre décimal.

Exercice 2.



Dans ABC rectangle en A, d'après le théorème de pythagore :

$BC^2 = BA^2 + AC^2 = 300^2 + 400^2 = \cdots = 250\,000$

$BC = \sqrt{250000} = 500 \ m$

Dans ABC et CDE, $C \in [AE]$, $C \in [BD]$ et $(AB) // (DE)$, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{DE} \quad soit \quad \frac{400}{1000} = \frac{500}{CD} = \frac{300}{DE}$$

$$CD = \frac{500 \times 1000}{400} = 1250 \ m \quad et \quad DE = \frac{1000 \times 300}{400} = 750\, m$$

$$Parcours\ ABCDE : AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = 2800\, m$$

La longueur réelle du parcours est de 2800 m

Exercice 3.

1°. $F = (2x-3)^2 + (x-1)(2x-3)$

$F = 4x^2 - 12x + 9 + 2x^2 - 3x - 2x + 3$

$\boldsymbol{F = 6x^2 - 17x + 12}$

2°. Pour $x = -2$

$F = 6 \times (-2)^2 - 17 \times (-2) + 12$

$F = 6 \times 4 + 34 + 12$

$\boldsymbol{F = 70}$

3°. $F = (2x-3)^2 + (x-1)(2x-3)$

$F = \underline{(2x-3)}(2x-3) + (x-1)\underline{(2x-3)}$

$F = (2x-3)[2x - 3 + x - 1]$

$\boldsymbol{F = (2x-3)(3x-4)}$

Exercice 4.

1°. méthode par divisions successives

PGCD(186;155)	$186 = 155 \times 1 + 31$
PGCD(155;31)	$155 = 31 \times 5 + 0$

PGCD(186;155)=31

2°.

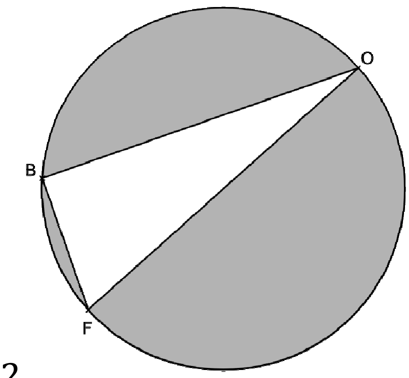
$$186 = 31 \times 6 \quad et \quad 155 = 31 \times 5$$

a. On pourra réaliser **31 colis au maximum**

b. Chaque colis contiendra :

6 pralines et 5 chocolats.

Exercice 5.



1°. Dans BOF, [OF] est le plus long côté :

$OF^2 = 13^2 = 169$

$BF^2 + BO^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

Comme OF² = BF² + BO² alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **BOF est un triangle rectangle en B**

2°-3°.

$$Aire\ du\ triangle\ BOF\ :\ \frac{BF \times BO}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30\ \ cm^2$$

Remarque : Comme BOF est un triangle rectangle en B alors l'hypoténuse [OF] est un diamètre du cercle circonscrit.

$$Rayon\ du\ disque : OF \div 2 = 13 \div 2 = 6{,}5\ cm$$

$$Aire\ du\ disque\ \ :\ \ \pi \times 6{,}5^2\ \ \approx 133\ cm^2\ \text{ à } 1\ \ cm^2 près$$

$$\boldsymbol{Aire\ gris}ée = aire\ du\ disque - aire\ de\ BOF = 133 - 30 = \boldsymbol{103\ \ cm^2\ \text{ à }\ 1\ \ cm^2\ \ près}$$

Exercice 6.

①	$\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \boldsymbol{\frac{5}{18}}$	②	$9x^2 - 36 = \boldsymbol{(3x-6)(3x+6)}$
③	$5^{-3} \times 5^2 = \boldsymbol{\frac{1}{5}}$	④	$\frac{10^4 \times 10^5}{(10^2)^3} = \boldsymbol{10 \times 10^2}$
⑤	L'écriture scientifique de 0,000 527 est égal à $\boldsymbol{5{,}27 \times 10^{-4}}$		

Exercice 7.

1°.a.

$$60\%\ de\ 135 :\ \ \frac{60 \times 135}{100} = 81$$

Dans le village S, **81 familles consultées ont répondu «oui»**.

b.

$$\frac{182}{416} \times 100 = 43{,}75$$

Dans le village T, **43,75 % familles consultées ont répondu «oui».**

2°. $135\ +\ 416\ =\ 551,$ au total les deux villages représentent 551 familles consultées.

$551 \div 2 = 275{,}5$

$81 + 182 = 263 \qquad 263 < 275{,}5$ **La piste cyclable ne sera donc pas réalisée**

Exercice 8.

1°. $-2 \xrightarrow{+3} 1 \xrightarrow{\times 4} 4 \xrightarrow{-12} \mathbf{-8}$

2°. $\frac{1}{3} \xrightarrow{+3} \frac{1}{3} + \frac{3^{\times 3}}{1^{\times 3}} = \frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{10}{3} \xrightarrow{\times 4} \frac{10}{3} \times 4 = \frac{40}{3} \xrightarrow{-12} \frac{40}{3} - \frac{12^{\times 3}}{1^{\times 3}} = \frac{40}{3} - \frac{36}{3} = \mathbf{\frac{4}{3}}$

3°.a. Il semble que le résultat soit le **nombre choisi multiplié par 4**.

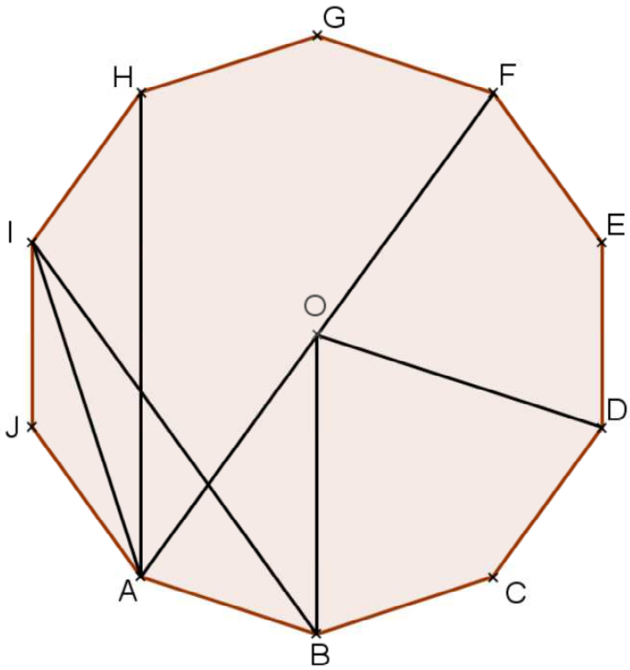
b. On appelle x le nombre choisi

$$x \xrightarrow{+3} x+3 \xrightarrow{\times 4} 4 \times (x+3) \xrightarrow{-12} 4 \times (x+3) - 12$$

En développant l'expression obtenue :

$$4 \times (x+3) - 12 = 4x + 12 - 12 = \mathbf{4x}$$

Le résultat est donc bien **le nombre choisi multiplié par 4.**



Exercice 9.

1°. Comme ABCDEFGHIJ est un décagone **régulier** de centre O : $\widehat{\boldsymbol{BOA}} = \frac{\mathbf{360}}{\mathbf{10}} = \mathbf{36°}$

2°. [OA] et [OB] sont des rayons donc

OAB est un triangle isocèle en O donc $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$

Dans OAB, $\widehat{OAB} + \widehat{OBA} + \widehat{BOA} = 180$

$\widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180 - 36 = 144$

donc $\widehat{\boldsymbol{OAB}} = \widehat{OBA} = \frac{144}{2} = 72°$

3°. $\widehat{AIB}$ est un angle inscrit, $\widehat{AOB}$ est un angle au centre

comme ils interceptent le même arc $\widehat{AB}$, $\widehat{\boldsymbol{AIB}} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{36}{2} = 18°$

4°. $\widehat{BOD} = \widehat{BOC} + \widehat{COD} = 36 + 36 = 72°$

5°. Comme ABCDEFGHIJ est un décagone **régulier** de centre O alors [AF] est un diamètre du cercle. H étant sur ce cercle de diamètre [AF] alors AHF est un triangle rectangle en H donc $\widehat{\boldsymbol{AHF}} = \mathbf{90°}$