BREVET BLANC

DE MATHEMATIQUES DE TROISIEME

Janvier 2015

Le sujet comporte 7 exercices indépendants. 4 points sont attribués pour le soin, les unités et la maîtrise de la langue.

La calculatrice est autorisée.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, 3 réponses sont proposées. Une seule est exacte. Une réponse fausse enlève 0,5 point. Une absence de réponse n'enlève pas de point. Une bonne réponse ajoute 1 point. Si le total des points pour l'exercice est négatif, l'exercice est noté 0 point.

1)	$\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\times\frac{1}{2}$ est égal à	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
2)	L'écriture scientifique de 0,000 054 9 est	5,49	549×10^{7}	$5,49\times10^{-5}$
3)	Le nombre $(5\sqrt{2})^2$ est égal à	10	50	100
4)	$f(x)=2x^2-5x+3$ L'image de –3 par f est	36	-36	-6
5)	L'équation $(2x+1)(x-3)=0$	admet 2 solutions : $-\frac{1}{2}$ et 3	admet 1 seule solution : 3	admet 2 solutions : $\frac{1}{2}$ et 3

Exercice 2 : 4 points

Une corde de guitare est soumise à une tension T, exprimée en Newton (N), qui permet d'obtenir un son quand la corde est pincée.

Ce son plus ou moins aigu est caractérisé par une fréquence f exprimée en Hertz (Hz).

La fonction qui à une tension T associe sa fréquence f est définie par la relation :

$f(T) = 20\sqrt{T}$

On donne ci-contre la représentation graphique de cette fonction.

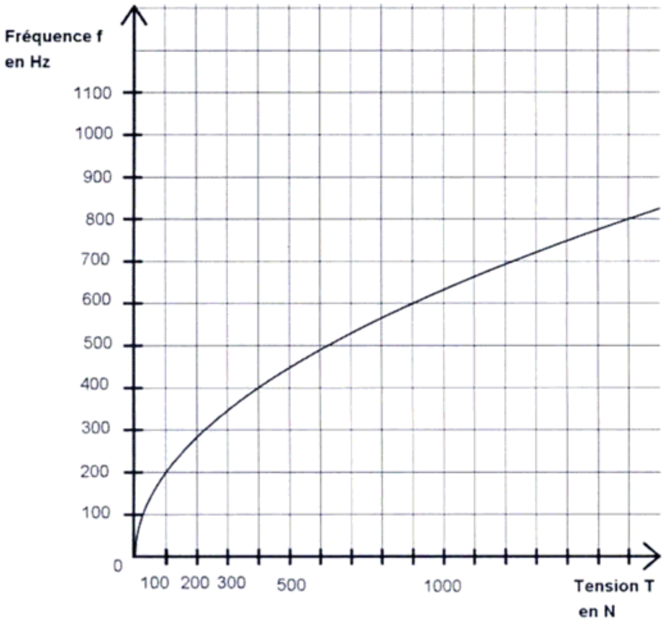


Tableau des fréquences (en Hertz) de différentes notes de musique

Notes	Do2	Ré2	Mi2	Fa2	Sol2	La2	Si2	Do3	Ré3	Mi3	Fa3	Sol3	La3	Si3
Fréquences (enHz)	132	148,5	165	176	198	220	247,5	264	297	330	352	396	440	495

1) Déterminer graphiquement une valeur approchée de la tension à appliquer sur la corde pour obtenir un « La3 ».

2) Déterminer par le calcul la note obtenue si on pince la corde avec une tension de 220N environ.

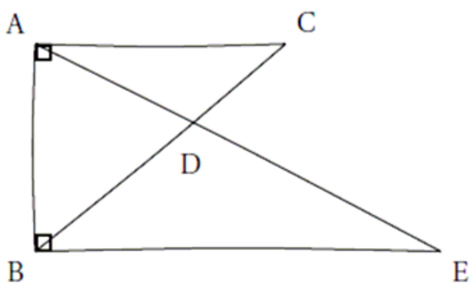
3) La corde casse lorsque la tension est supérieure à 900 N.
Quelle fréquence maximale peut-elle émettre avant de casser ?

Exercice 3 : 5 points

Voici une figure codée réalisée à main levée :

On sait que

- La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (AB).
- La droite (EB) est perpendiculaire à la droite (AB).
- Les droites (AE) et (BC) se coupent en D.
- AC = 2,4 cm ; AB = 3,2 cm ; BD = 2,5 cm et DC = 1,5 cm.



1. Réaliser la figure en vraie grandeur sur la copie.
2. Déterminer l'aire du triangle ABE.

Exercice 4 : 6 points

La copie d'écran ci-dessous montre le travail effectué par Léa pour étudier trois fonctions f, g et h telles que :

- $f(x) = x^2 + 3x - 7$
- $g(x) = 4x + 5$
- h est une fonction affine dont Léa a oublié d'écrire l'expression dans la cellule A4.

Σ = =B1*B1+3*B1-7

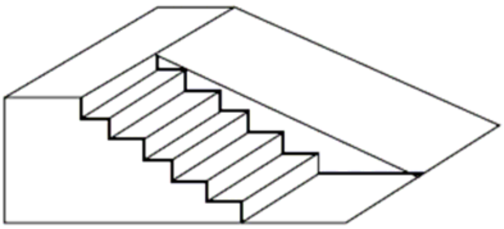
	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	0	2	4	6
2	$f(x) = x^2 + 3x - 7$	-9	-7	3	21	47
3	$g(x) = 4x + 5$	-3	5	13	21	29
4	$h(x)$	9	5	1	-3	-7

1. Donner un nombre qui a pour image -7 par la fonction f.
2. Vérifier à l'aide d'un calcul détaillé que $f(6) = 47$.
3. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation : $x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$.

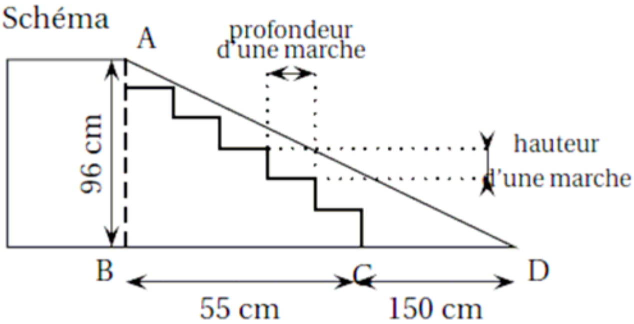
   Quelle est cette solution ?
4. À l'aide du tableau, retrouver l'expression algébrique $h(x)$ de la fonction affine h.

Exercice 5 : 5 points

On souhaite construire une structure pour un skatepark, constituée d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est égale à 96 cm. Le projet de cette structure est présenté ci-dessous. Schéma



Schéma



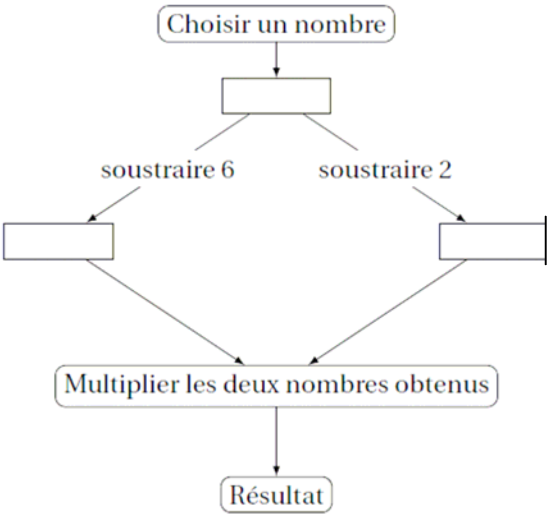
Normes de construction de l'escalier :
$60 \leqslant 2h + p \leqslant 65$ où h est la hauteur d'une marche et p la profondeur d'une marche, en cm.

Demandes des habitués du skate park :
Longueur du plan incliné (c'est-à-dire la longueur AD) comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
Angle formé par le plan incliné avec le sol (ici l'angle $\widehat{BDA}$) compris entre 20° et 30°.

1. Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées ?
2. Les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?

Exercice 6 : 5 points

Voici un programme de calcul :



1. Montrer que si on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.
2. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Proposition 1 Le programme peut donner un résultat négatif ;

Proposition 2 si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, le programme donne $\frac{33}{4}$ comme résultat ;

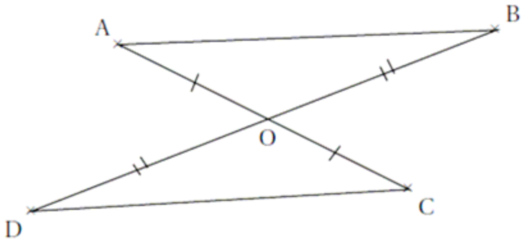
Proposition 3 Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres ;

Proposition 4 la fonction qui, au nombre de départ, associe le résultat du programme est une fonction linéaire.

Exercice 7 : 6 points

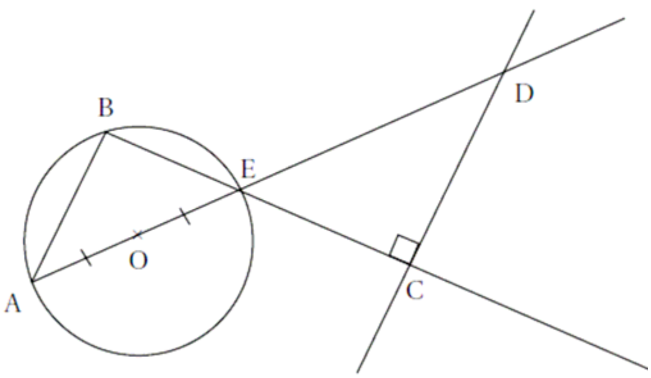
En utilisant le codage et les données, dans chacune des figures, est-il vrai que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ? Justifier vos affirmations.

Figure 1



O, A, C sont alignés et O, B, D sont alignés

Figure 2



A, B, E appartiennent au cercle de centre O

B, E et C sont alignés ; A, O, E et D sont alignés

Brevet blanc du 27 janvier 2015

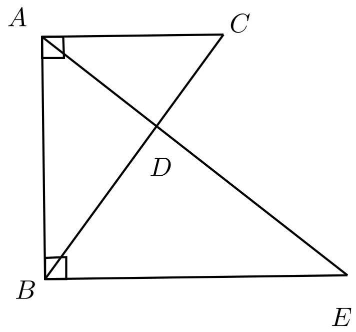
Corrigé

Exercice 1

1. *Réponse C :* $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$.
2. *Réponse C :* $0,0000549 = 5,49 \times 10^{-5}$.
3. *Réponse B :* $(5\sqrt{2})^2 = 5^2 \times \sqrt{2}^2 = 25 \times 2 = 50$.
4. *Réponse A :* $f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 5 \times (-3) + 3 = 18 + 15 + 3 = 36$.
5. *Réponse A :* $(2x+1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow 2x+1 = 0$ *ou* $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ *ou* $x = 3$.

Exercice 2

1. *Un* $La3$ *correspond à une fréquence de* $440\,Hz$*. On cherche sur le graphique le point de la courbe d'ordonnée* 440*. Le point obtenu a pour abscisse* 500 *environ.*
   Pour obtenir un $La3$*, il faut appliquer une tension de* $500\,N$*.*
2. *Il suffit de calculer* $f(220)$ *:* $f(220) = 20\sqrt{220} \approx 296,6$.
   En pinçant la corde avec une tension de $220\,N$*, on obtient un* $Ré3$ $(297\,Hz)$*.*
3. *Une tension de* $900\,N$ *correspond à une fréquence de* $600\,Hz$*.*
   La fréquence maximale que peut émettre la corde avant de casser est $600\,Hz$*.*



Exercice 3

1. *La figure est réalisée ci-contre.*
2. *ABE est rectangle en B, son aire vaut donc :* $\mathcal{A}_{ABE} = \frac{AB \times BE}{2}$.
   On sait que : $AB = 3,2\,cm$*. Calculons* BE*.*
   Les droites (AC) *et* (BE) *sont toutes les deux perpendiculaires à* (AB)*.*
   D'après la propriété : si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
   On en déduit que (AC) *et* (BE) *sont parallèles.*
   Dans les triangles ACD et DBE, on a : A, D et E alignés ; C, D et B alignés ; $(AC)//(BE)$*.*
   D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{DA}{DE} = \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{BE}$.
   Donc $\frac{1,5}{2,5} = \frac{2,4}{BE}$*, ainsi* $BE = \frac{2,4 \times 2,5}{1,5} = 4\,cm$.
   On peut maintenant calculer l'aire de ABE : $\mathcal{A}_{ABE} = \frac{3,2 \times 4}{2} = 6,4\,cm^2$.
   L'aire du triangle ABE vaut $6,4\,cm^2$*.*

Exercice 4

1. *Les cellules* $C1$ *et* $C2$ *permettent de dire que* 0 *a pour image* -7 *par la fonction* f*.*
2. $f(6) = 6^2 + 3 \times 6 - 7 = 36 + 18 - 7 = 47$.
3. *Trouver une solution à l'équation :* $x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$ *revient à trouver un nombre* x *tel que* $f(x) = g(x)$*.*
   Le tableau permet de trouver une telle solution grace aux lignes 2 (fonction f*) et 3 (fonction* g*).*
   Les cellules $E2$ *et* $E3$ *ont la même valeur* 21 *; une solution à cette équation est donc* 4 *(cellule* $E1$*).*

4. *On sait que h est une fonction affine.*
   A l'aide du tableau, nous pouvons obtenir les images de 2 nombres par h.
   Par exemple : $h(0) = 5$ (cellules C1 et C4) et $h(2) = 1$ (cellules D1 et D4).
   Calculons le coefficient directeur a : $a = \dfrac{5-1}{0-2} = \dfrac{4}{-2} = -2$.
   Ainsi $h(x) = -2x + b$; calculons b : $h(0) = 5$ donc $b = 5$.
   L'expression algébrique de h est donc $h(x) = -2x + 5$.

Exercice 5

1. *Calculons l'expression $2h + p$: $h = \dfrac{96}{6} = 16\,cm$; $p = \dfrac{55}{5} = 11\,cm$. Donc $2h + p = 2 \times 16 + 11 = 43$.*
   $43 < 60$ donc les normes de construction de l'escalier ne sont pas respectées.

2. *Calculons la longueur du plan incliné : le triangle ABD est rectangle en B.*
   D'après le théorème de Pythagore, on a : $AD^2 = AB^2 + BD^2$.
   $BD = BC + CD = 55 + 150 = 205\,cm$. D'où $AD^2 = 96^2 + 205^2 = 9216 + 42025 = 51241$.
   AD étant une distance, on a $AD \geq 0$, donc $AD = \sqrt{51241}$. Ainsi $AD \approx 226,4\,cm$.
   $2,20 \leq 2,26 \leq 2,50$ donc la longueur du plan incliné respecte les demandes des habitués du skatepark.
   Calculons maintenant l'angle du plan incliné : le triangle ABD est rectangle en B, on peut donc utiliser la trigonométrie. $\tan(\widehat{ADB}) = \dfrac{AB}{BD}$, donc $\tan(\widehat{ADB}) = \dfrac{96}{205}$, ainsi $\widehat{ADB} \approx 25,1°$.
   $20 \leq 25,1 \leq 30$ donc l'angle formé par le plan incliné avec le sol respecte les demandes des habitués du skatepark.
   Finalement, les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont satisfaites.

Exercice 6

1. *On choisit le nombre 8. $8 - 6 = 2$ et $8 - 2 = 6$; $2 \times 6 = 12$. Le résultat est donc 12.*

2. - *Si on choisit 3, on obtient $(3-6) \times (3-2) = (-3) \times 1 = -3$. La proposition 1 est donc vraie. (en fait, tout nombre x tel que $2 < x < 6$ donne un résultat négatif)*
   - $\left(\dfrac{1}{2} - 6\right)\left(\dfrac{1}{2} - 2\right) = -\dfrac{11}{2} \times \left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{33}{4}$. *La proposition 2 est donc vraie.*
   - *Si x est le nombre choisi, le résultat vaut $(x-6)(x-2)$. Il y a donc exactement deux nombres (6 et 2) qui donnent 0 comme résultat : la proposition 3 est vraie.*
   - *$(x-6)(x-2) = x^2 - 2x - 6x + 12 = x^2 - 8x + 12$. La fonction qui, au nombre de départ, associe le résultat du programme n'est donc pas une fonction linéaire : la proposition 4 est fausse.*

Exercice 7

1. *Les points A, O, C d'une part, B, O, D d'autre part sont alignés dans le même ordre.*
   $OB = OD$ donc $\dfrac{OB}{OD} = 1$; de même $OA = OC$ donc $\dfrac{OA}{OC} = 1$. Ainsi $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OB}{OD}$.
   D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. *Le triangle ABE est inscrit dans le cercle de centre O ; $[AE]$ est un diamètre de ce cercle (en effet, $OA = OE$ et A, O, E alignés). Utilisons la propriété : si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle (et son hypoténuse est ce diamètre).*
   Le triangle ABE est donc rectangle en B.
   $(AB) \perp (BC)$ (en effet, B, E, C alignés) et $(CD) \perp (BC)$.
   Utilisons la propriété : si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles.
   Donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.