

Épreuve blanche de brevet des collèges

MATHÉMATIQUES

Épreuve sur 40 points dont 4 points de présentation et de rédaction

Durée de l'épreuve : 2h00

La calculatrice est autorisée.

Aucun prêt de matériel n'est permis pendant l'épreuve.

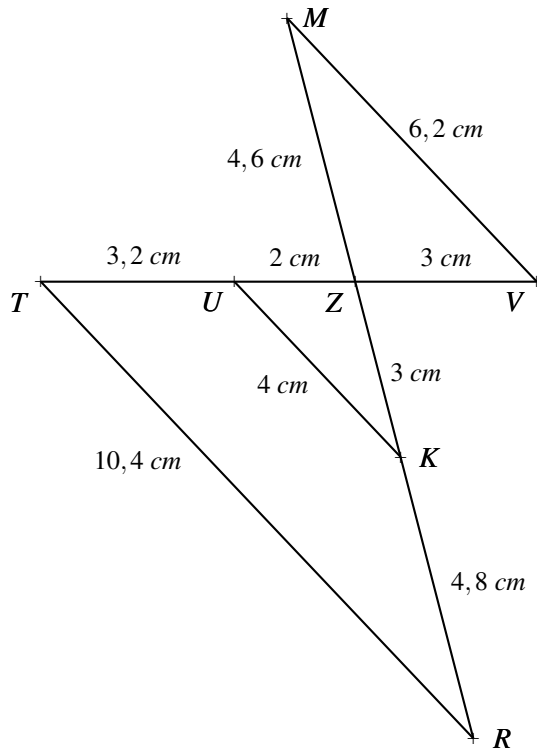
Ce sujet est constitué de 7 exercices.

EXERCICE 1

6 points

Ceci est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question indiquer sur votre copie **sans justification** la ou les propositions exactes. Attention les figures ci-dessous ne sont pas en vraies grandeurs.

1. Les points T, U, Z et V sont alignés.
Les points M, Z, K et R sont alignés.



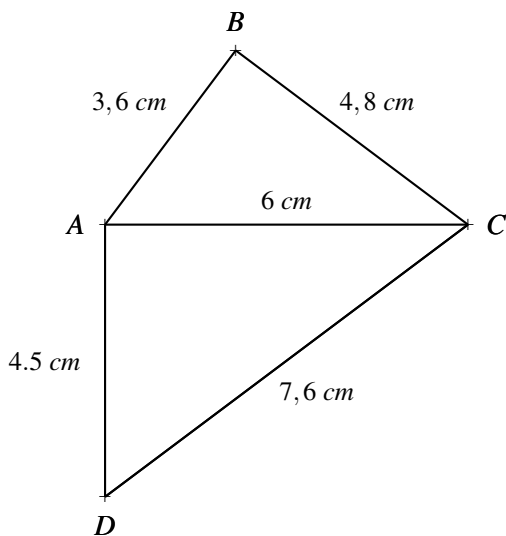
Proposition A : Les droites (UK) et (MV) sont parallèles

Proposition B : Les droites (UK) et (TR) sont parallèles

Proposition C : Les droites (TR) et (MV) sont parallèles

Proposition D : Les droites (MV) et (UK) sont sécantes

2.



Proposition A : Le triangle ABC est rectangle

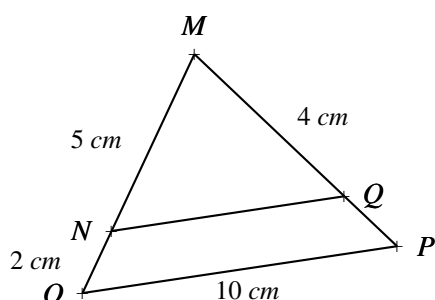
Proposition B : Le triangle ADC est rectangle

Proposition C : Le triangle ABC est quelconque

Proposition D : Le triangle ADC est quelconque

3.

Sur cette figure on sait que $(NQ) \parallel (OP)$
Les points M, N et O sont alignés.
Les points M, Q et P sont alignés.



Proposition A : $QP = 1,6$ cm

Proposition B : $NQ = 7$ cm

Proposition C : $QP = 2$ cm

Proposition D : $NQ \approx 7,14$ cm

EXERCICE 2

5 points



Andy Warhol est un artiste peintre de la fin du XX^e siècle connu pour ses toiles sérigraphiées avec des photos de célébrités.

Pour imiter son style j'ai acheté une toile rectangulaire de 165 cm de long sur 135 cm de large. Je souhaite faire un collage de photos carrées toutes de la même dimension et les plus grandes possibles.

Quelle dimension de photos dois-je choisir et combien de photos dois-je imprimer ?

EXERCICE 3

4 points

Il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation

Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis.

Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurées puissent se tenir.

Il veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit (nommé D) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue.

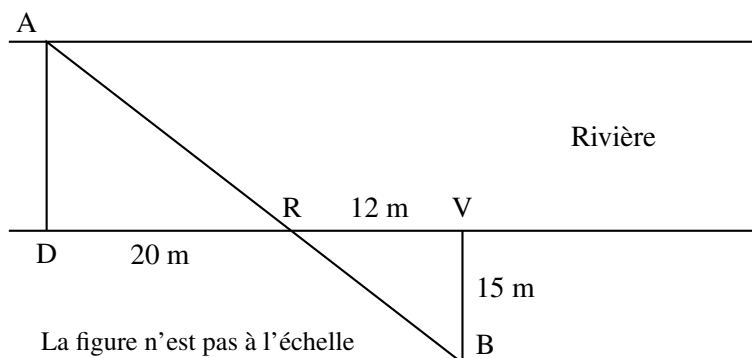
Pour cela il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive.

Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé R).

Ensuite il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B). Il parcourt pour cela 15 mètres.

Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.

A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



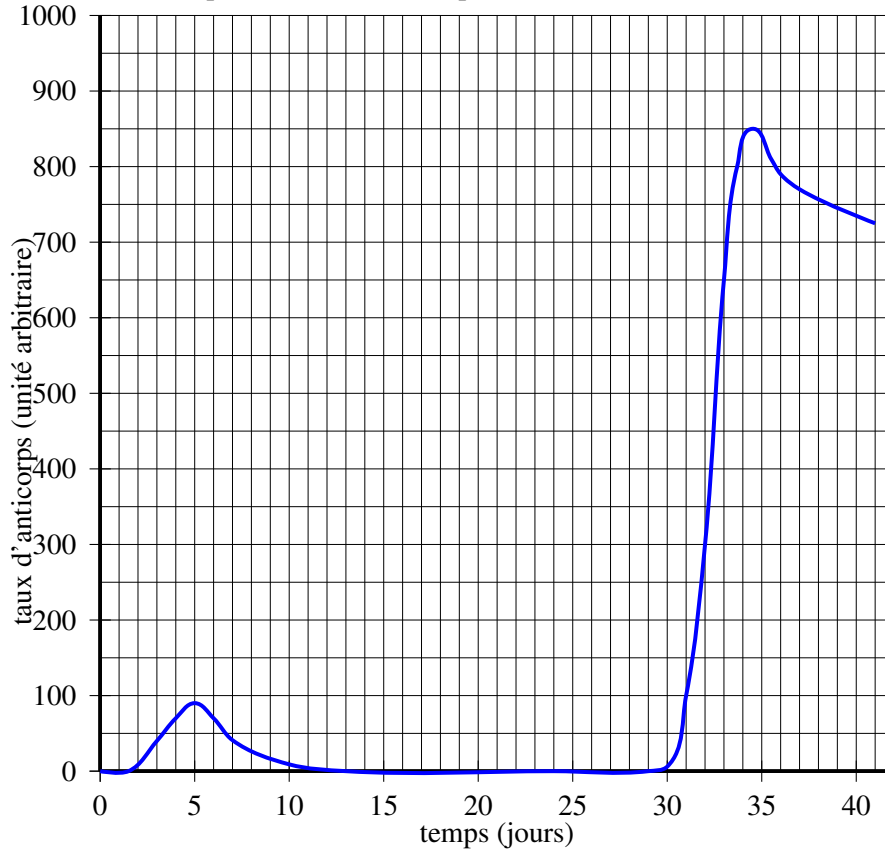
EXERCICE 4

6 points

Le principe d'un vaccin est d'inoculer (introduire dans l'organisme) à une personne saine, en très faible quantité, une bactérie, ce qui permet à l'organisme de fabriquer des anticorps. Ces anticorps permettront de combattre la maladie par la suite si la personne souffre de cette maladie.

Lors de la visite médicale de Pablo le jeudi 16 octobre, le médecin s'aperçoit qu'il n'est pas à jour de ses vaccinations contre le tétanos. Il réalise alors une première injection d'anatoxine tétanique et lui indique qu'un rappel sera nécessaire. On réalise des prises de sang quotidiennes pour suivre la réaction de l'organisme aux injections.

Évolution du taux d'anticorps en fonction du temps lors de **deux injections** anatoxine tétanique*



*anatoxine tétanique (AT) : substance inactivée provenant de la bactérie responsable du tétanos et servant à la fabrication du vaccin.

1. Combien de jours faut-il attendre, après la première injection, pour constater une présence d'anticorps ?
2. Quelle est la valeur maximale du taux d'anticorps atteinte après la première injection ?
A quel jour de la semaine correspond cette valeur ?
3. Au bout de combien de jours approximativement, après la première injection, Pablo n'a-t-il plus d'anticorps dans son organisme ?
4. Durant combien de jours environ le taux d'anticorps est supérieur à 800 ?

EXERCICE 5

4 points

1. Une bouteille opaque contient 20 billes dont les couleurs peuvent être différentes. Chaque bille a une seule couleur. En retournant la bouteille, on fait apparaître au goulot une seule bille à la fois. La bille ne peut pas sortir de la bouteille. Des élèves de troisième cherchent à déterminer les couleurs des billes contenues dans la bouteille et leur effectif. Ils retournent la bouteille 40 fois et obtiennent le tableau suivant :

Couleur apparue	rouge	bleue	verte
Nombre d'apparitions de la couleur	18	8	14

- Ces résultats permettent-ils de dire que la bouteille contient exactement 9 billes rouges, 4 billes bleues et 7 billes vertes ?
2. Une seconde bouteille opaque contient 24 billes qui sont bleues, rouges ou vertes.
On sait que la probabilité de faire apparaître une bille verte est égale à $\frac{3}{8}$ et la probabilité de faire apparaître une bille bleue est égale à $\frac{1}{2}$. Combien de billes rouges contient la bouteille ?

EXERCICE 6**5 points**

Pour choisir un écran de télévision, d'ordinateur ou une tablette tactile, on peut s'intéresser :

- à son format qui est le rapport longueur de l'écran largeur de l'écran
- à sa diagonale qui se mesure en pouces. Un pouce est égal à 2,54 cm.

1. Un écran de télévision a une longueur de 80 cm et une largeur de 45 cm.

S'agit-il d'un écran de format $\frac{4}{3}$ ou $\frac{16}{9}$?

2. Un écran est vendu avec la mention « 15 pouces ». On prend les mesures suivantes : la longueur est 30,5 cm et la largeur est 22,9 cm.

La mention « 15 pouces » est-elle bien adaptée à cet écran ?

3. Une tablette tactile a un écran de diagonale 7 pouces et de format $\frac{4}{3}$. Sa longueur étant égale à 14,3 cm, calculer sa largeur, arrondie au mm près.

EXERCICE 7**6 points**

Pour préparer un séjour d'une semaine à Naples, un couple habitant Nantes a constaté que le tarif des billets d'avion aller-retour Nantes-Naples était beaucoup plus élevé que celui des billets Paris-Naples. Il étudie donc quel serait le coût d'un trajet aller-retour Nantes-Paris pour savoir s'il doit effectuer son voyage en avion à partir de Nantes ou à partir de Paris.

Voici les informations que ce couple a relevées :

Information 1 : Prix et horaires des billets d'avion.*Vol aller-retour au départ de Nantes*

Départ de Nantes le 23/11/2014 : 06 h 35

Arrivée à Naples le 23/11/2014 : 09 h 50

Départ de Naples le 30/11/2014 : 12 h 50

Arrivée à Nantes le 30/11/2014 : 16 h 25

Prix par personne du vol aller-retour : 530 €

Vol aller-retour au départ de Paris

Départ de Paris le 23/11/2014 : 11 h 55

Arrivée à Naples le 23/11/2014 : 14 h 10

Départ de Naples le 30/11/2014 : 13 h 10

Arrivée à Paris le 30/11/2014 : 15 h 30

Prix par personne du vol aller-retour : 350 €

Les passagers doivent être présents 2 heures avant le décollage pour procéder à l'embarquement.

Information 2 : Prix et horaires des trains pour un passager*Trajet Nantes - Paris (Aéroport)*

23 novembre

Départ

06 h 22

Prix

51,00 €

Durée

03 h 16 direct

Voyagez avec

TGV

Trajet Paris (Aéroport) - Nantes

30 novembre

Départ

18 h 20

Prix

42,00 €

Durée

03 h 19 direct

Voyagez avec

TGV

Information 3 : Trajet en voiture

Consommation moyenne : 6 litres aux 100 km

Péage Nantes-Paris : 35,90 €

Distance domicile-aéroport de Paris : 409 km

Carburant : 1,30 € par litre

Temps estimé : 4 h 24 min

Information 4 : Parking de l'aéroport de Paris

Tarif : 58 € pour une semaine

1. Expliquer pourquoi la différence entre les prix des 2 billets d'avion s'élève à 360 € pour ce couple.
2. Si le couple prend la voiture pour aller à l'aéroport de Paris :
 - (a) Déterminer l'heure avant laquelle il doit partir de Nantes.
 - (b) Montrer que le coût du carburant pour cet aller est de 31,90 € .
3. Quelle est l'organisation de voyage la plus économique ?

Correction du brevet blanc

EXERCICE 1

1. Comparons $\frac{ZU}{ZV}$ et $\frac{ZK}{ZM}$

$$\frac{ZU}{ZV} = \frac{2 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} \text{ et } \frac{ZK}{ZM} = \frac{3 \text{ cm}}{4,6 \text{ cm}}$$

Comme $2 \times 4,6 = 9,2$ et que $3 \times 3 = 9$ ces deux quotients sont différents.

D'après **la contraposée** du théorème de Thalès les droites (MV) et (UK) sont sécantes.

Comparons $\frac{ZU}{ZT}$ et $\frac{ZK}{ZR}$

$$\frac{ZU}{ZT} = \frac{2 \text{ cm}}{5,2 \text{ cm}} \text{ et } \frac{ZK}{ZR} = \frac{3 \text{ cm}}{7,8 \text{ cm}}$$

Comme $2 \times 7,8 = 15,6$ et que $5,2 \times 3 = 15,6$ ces deux quotients sont égaux.

Les points Z, U et T sont alignés et dans le même ordre que les points alignés Z, K et R .
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (UK) et (TR) sont parallèles.

Si les droites (TR) et (MV) étaient parallèles, comme (TR) et (UK) sont parallèles alors les droites (UK) et (MV) seraient parallèles, ce qui n'est pas le cas.

Donc (TR) et (MV) sont sécantes.

1. Proposition B et Proposition D

2. Comparons $BA^2 + BC^2$ et AC^2

$$BA^2 + BC^2 = 3,6^2 + 4,8^2 = 12,96 + 23,04 = 36 \text{ et } AC^2 = 6^2 = 36$$

Comme $BA^2 + BC^2 = AC^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle en B .

Comparons $AD^2 + AC^2$ et DC^2

$$AD^2 + AC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25 \text{ et } DC^2 = 7,6^2 = 57,76$$

Comme $AD^2 + AC^2 \neq DC^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle ADC n'est pas rectangle.

2. Proposition A et Proposition D

3. Dans le triangle MOP comme $(NQ) \parallel (OP)$ d'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP} = \frac{NQ}{OP}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{4}{MP} = \frac{NQ}{10}$$

$$\text{Ainsi } MP = \frac{4 \times 7}{5} = 5,6 \text{ et } NQ = \frac{10 \times 5}{7} \approx 7,14$$

3. Proposition A et Proposition D

EXERCICE 2

La dimension de la photo carrée doit être un diviseur commun des nombres 135 et 165.
Comme on souhaite la plus grande photo carrée possible, il faut chercher le plus grand diviseur commun de 135 et 165.

Calculons le $PGCD(165; 135)$ par **l'algorithme d'Euclide** :

$$165 = 135 \times 1 + 30$$

$$135 = 30 \times 4 + 15$$

$$30 = 15 \times 2$$

Donc $PGCD(165, 135) = 15$

La plus grande taille de photos carrées est 15 cm .

Comme $165 \text{ cm} = 15 \text{ cm} \times 11$ et que $135 \text{ cm} = 15 \text{ cm} \times 9$

Je pourrai coller des photos sur 9 lignes et 11 colonnes soit $9 \times 11 = 99$ photos

EXERCICE 3

On peut faire l'hypothèse que les droites (AD) et (VB) sont perpendiculaires à la rive.

On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles** donc les droites (AD) et (VB) sont parallèles.

Les droites (AB) et (DV) sont sécantes en R , les droites (AD) et (VB) sont parallèles, d'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{RD}{RV} = \frac{RA}{RB} = \frac{AD}{VB}$$

$$\frac{20 \text{ m}}{12 \text{ m}} = \frac{RA}{RB} = \frac{AD}{15 \text{ m}}$$

$$\text{Ainsi } AD = \frac{15 \text{ m} \times 20 \text{ m}}{12 \text{ m}} = 25 \text{ m}$$

Comme la corde mesure 30 m elle est assez longue pour faire la traversée.

EXERCICE 4

1. Au bout de 2 jours le taux d'anticorps est supérieur à 0

2. Le taux maximal est atteint le 5^e jour et la valeur est 100

Pablo a été vacciné un jeudi.

Ce sera un mardi.

3. Au bout de 12 ou 13 jours le taux d'anticorps est quasi nul

4. Le taux d'anticorps est supérieur à 800 pendant 2 ou 3 jours.

EXERCICE 5

1. Non car ce sont des statistiques observées sur 40 tirages. Même si on sait qu'en répétant l'expérience un très grand nombre de fois on approche de la véritable répartition, ces 40 tirages ne suffisent pas à déterminer de manière sûre la répartition des billes dans la bouteille.

$$2. \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

La probabilité de faire apparaître une bille rouge est de $\frac{1}{8}$

Comme il y a 24 billes en tout dans la bouteille : $\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$

Il y a 3 billes rouges dans la bouteille.

EXERCICE 6

$$1. \frac{80 \text{ cm}}{45 \text{ cm}} = \frac{80}{45} = \frac{16}{9}$$

2. Il faut calculer la longueur de la diagonale d'un rectangle qui a une longueur de $30,5 \text{ cm}$ et une largeur de $22,9 \text{ cm}$

D'après le **théorème de Pythagore**

$$30,5^2 + 22,9^2 = 930,25 + 524,41 = 1\,454,66$$

La diagonale mesure donc $\sqrt{1\,454,66} \approx 38,14 \text{ cm}$

Comme 1 pouce mesure $2,54 \text{ cm}$, $38,14 \text{ cm} \div 2,54 \text{ cm} \approx 15,02$

La mention 15 pouces est donc bien adaptée à cet écran.

$$3. \text{ Si on note } l \text{ sa largeur on a } \frac{14,3 \text{ cm}}{l} = \frac{4}{3}$$

On utilise l'égalité des produits en croix : $14,3 \text{ cm} \times 3 = 4l$

$$\text{Donc } l = \frac{42,9 \text{ cm}}{4} \approx 10,7 \text{ cm}$$

EXERCICE 7

1. Au départ de Nantes, deux billets reviennent $2 \times 530\text{€} = 1\,060\text{€}$.

Au départ de Paris, deux billets reviennent à $2 \times 350\text{€} = 700\text{€}$.

$$1\,060\text{€} - 700\text{€} = 360\text{€}$$

Il y a bien une différence de 360€ entre les deux possibilités.

2.a Il faut 4 h 24 min pour aller de Nantes à Paris.

L'avion décolle de Paris à 11 h 55 min et il faut être présent 2 h avant c'est à dire à 9 h 55 min

$$9\text{ h }55\text{ min} - 4\text{ h }24\text{ min} = 5\text{ h }31\text{ min}$$

Il faut partir avant 5 h 31 min

2.b

La voiture consomme 6 L au 100 km et il y a 409 km à parcourir.

$$409 \div 100 = 4,09 \text{ et } 6\text{ L} \times 4,09 = 24,54\text{ L.}$$

Il vont consommer 24,54 L pour se trajet.

Un litre de carburant coûte 1,30€. Comme $1,30\text{€} \times 24,54 \approx 31,90\text{€}$.

Le coût du trajet est d'environ 31,90€.

3. En voiture :

Il faut compter le coût du trajet aller-retour soit $31,90\text{€} \times 2 = 63,80\text{€}$.

IL faut ajouter le péage aller-retour soit $35,90\text{€} \times 2 = 71,80\text{€}$.

Et enfin le parking pour une semaine soit 58€.

L'usage de la voiture va donc coûter : $63,80\text{€} + 71,80\text{€} + 58\text{€} = 193,60\text{€}$.

En train :

Il faut compter $51\text{€} \times 2 = 102\text{€}$ à l'aller et $42\text{€} \times 2 = 84\text{€}$ au retour.

L'usage du train va donc coûter : $102\text{€} + 84\text{€} = 186\text{€}$.

Il y avait 360€ d'écart entre les deux solutions d'avions.

La solution la plus économique est donc le train pour prendre l'avion à Paris.

<p>Exercice 1</p> <p>1. Proposition B 1. Proposition D 2. Proposition A 2. Proposition D 3. Proposition A 3. Proposition D</p>	<p>6 points</p> <p>1 point par réponse juste</p> <p>0 si réponse juste et son contraire</p>	<p>Exercice 5</p> <p>1. Toute référence à probabilité comme fréquence théorique 2. $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ 2. Probabilité bille rouge = $\frac{1}{8}$ 2. $24 \times \frac{1}{8} = 3$ 3 billes rouges</p>	<p>4 points</p> <p>1 point 1 point 1 point 1 point</p>
<p>Exercice 2</p> <p>Usage d'un algorithme $PGCD(165, 135) = 15$ Interprétation la photo mesure 15 cm de côté Il faut $9 \times 11 = 99$ photos</p>	<p>5 points</p> <p>1 point 1 point 1 point 2 points</p>	<p>Exercice 6</p> <p>1. $\frac{80}{45} = \frac{16}{9}$ 2. Usage de Pythagore 2. 38,14 cm 2. Passage à 15 pouces 3. $l = \frac{14,3 \times 3}{4} \approx 10,7$</p>	<p>5 points</p> <p>1 point 1 point 1 point 0,5 point 1,5 point</p>
<p>Exercice 3</p> <p>Droites perpendiculaires à une même droite Triple égalité de Thalès AD=25m Phrase de conclusion</p> <p>Présentation : Rédaction du théorème de Thalès</p>	<p>4 points</p> <p>1 point 1,5 point 1 point 0,5 point</p> <p>1 point</p>	<p>Présentation : Rédaction du théorème de Pythagore</p>	<p>1 point</p>
<p>Exercice 4</p> <p>1. Au bout de 2 jours 2. Après 5 jours la valeur est 100 3. Ce sera un mardi 4. Au bout de 12 ou 13 jours 5. Pendant 2 ou 3 jours</p>	<p>6 points</p> <p>1 point 1,5 point -1 si une manque 1,5 point 1 point 1 point</p>	<p>Exercice 7</p> <p>1. $1060 - 700 = 360$ 2a. 9h55min - 4h24 min = 5h31 min 2b 31,90 3. Usage des informations concernant le train 3. Usage des informations concernant la voiture et le parking 3. Comparaison des deux possibilités</p>	<p>6 points</p> <p>1 point 1 point 1 point 1 point 1 point 1 point</p>
<p>Coup d'oeil et qualité de la rédaction</p>			<p>2 points</p>

<p>Rechercher, extraire et organiser Présenter la démarche suivie Organisation et gestion de données</p>	<p>Exercice 7.3 Exercice 7.3 Exercice 4.1.2.4 Lecture graphique</p>
<p>Géométrie, utiliser des propriétés</p>	<p>Exercice 4 et 6 Thalès + Pythagore</p>