

INTERROGATION SUR LES COMPLEXES N°2

Exercice 1 : (3 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \bar{u}; \bar{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = i$, $z_B = 2 + 3i$, et $z_C = 2 - 3i$.

1. Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

Déterminer l'affixe du point A', image du point A par la rotation R .

2. Montrer que les points A', B et C sont alignés et déterminer l'écriture complexe de l'homothétie de centre B qui transforme C en A'.

Exercice 2 : (5 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \bar{u}; \bar{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 1 + i$ et $z_B = 2 + 2i$.

1. Montrer que A est le milieu de [OB].

2. Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Soit C l'image de A par R . Calculer l'affixe de C.

b) Montrer que OCB est un triangle rectangle, et donner une mesure de l'angle $(\overline{OC}; \overline{OB})$.

c) En déduire une mesure de l'angle $(\bar{u}; \overline{OC})$.

3. Déduire de la question 2. la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 3 : (2 points)

Donner la nature et les éléments caractéristiques des transformations d'expressions complexes :

a) $z' = 3z + \frac{1}{2} - i$.

b) $z' = \frac{z}{2} + \sqrt{2} + \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}z\right)i$.