Ce devoir est à rendre sur copie, mais il faudra également rendre le fichier GeoGebra contenant votre figure.
Pour envoyer votre figure au professeur, il est possible :

— soit de déposer le fichier sur l'ENT [1], en passant par le cahier de textes en ligne de l'ENT ;
— soit d'envoyer votre fichier par mail à votre professeur, en passant par la messagerie de l'ENT.

Dans tous les cas, votre fichier doit être correctement nommé, au format "*classe_nom_DM8.ggb*", où *classe* est l'intitulé de votre classe et *nom* votre nom de famille.
Pour utiliser le logiciel GeoGebra (logiciel libre et gratuit), il est possible :

— soit de l'installer puis de l'utiliser sur votre ordinateur [2] ;
— soit d'utiliser la version en ligne, sans installation nécessaire ; [3]
— soit de travailler depuis un des postes informatiques du lycée.

Dans tous les cas, pensez à bien enregistrer votre figure !

On considère un triangle ABC, et on appelle A', B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [CA] et [AB].
On note O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, H son orthocentre, et G son centre de gravité.

1. **Figure avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra**
   (a) Réaliser une figure à l'aide du logiciel.
   (b) Expliquer sur la copie la procédure effectuée pour obtenir les points O, H et G.
   Pour plus de clarté, on veillera à utiliser des couleurs pour distinguer les différentes droites remarquables (médianes, hauteurs, etc.) du triangle.
2. **Autour du centre de gravité**
   (a) Sur la figure, construire le point G', symétrique de G par rapport au point C'.
   (b) Démontrer que le quadrilatère AGBG' est un parallélogramme.
   (c) Démontrer que G est le milieu du segment [CG'].
   (d) Déduire de ce qui précède que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
   (e) Précisez alors quelle est la position du point G sur la médiane [CC'].
   On pourra contrôler la réponse donnée, en saisissant l'instruction **r=RapportColinéarité[C,C',G]** *dans le champ de saisie de GeoGebra (attention à l'ordre des points !), qui donnera alors le nombre réel r tel que* $\overrightarrow{CG} = r\overrightarrow{CC'}$.
3. **Droite d'Euler**
   (a) Sur la figure, construire les vecteurs $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OG}$.
   (b) Déplacer les points A, B et C, puis emmettre un conjecture sur les points O, G et H. Plus précisémment, conjecturer une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OG}$.

   Soit M le point défini par $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
   (c) Prouver que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{OA'}$. *(On pourra utiliser la relation de Chasles.)*
   (d) En déduire que M appartient à la hauteur du triangle ABC issue de A.
   (e) Démontrer que les points M et H sont confondus.
   (f) Prouver que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG} + \left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}\right)$, puis que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.
   (g) Démontrer alors les conjectures établies au **3.** (b).
4. **Recherche, facultatif**
   Rechercher ce qu'on appelle **droite d'Euler** d'un triangle, puis effectuer une courte recherche (une dizaine de lignes) sur le mathématicien **Euler**.

1. Adresse de l'ENT : **http ://fernand-darchicourt.savoirsnumeriques5962.fr/**
2. **http ://www.geogebra.org/cms/fr/download/**
3. Se rendre sur le site **http ://www.mathslycee.fr**, puis dans le menu **Outils**