Exercice 1

(A) 1) Dans ce cas, $\min(x) = x_1$ et $\max(x) = x_2$

$x_2 - x_1 = 0{,}004202$

$\underline{x_2 - x_1 \geqslant 0{,}00392}$ donc le programme demande un 3e dosage x_3.

2) On calcule l'écart-type σ de la série formée par x_1, x_2 et x_3.

On trouve $\sigma \approx 0{,}002143$

Comme $\sigma \leq 0{,}00462$, alors on affecte à m la valeur de $\bar{x}$, la moyenne de la série : $m = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \simeq \underline{0{,}2268}$, qui sera la valeur renvoyée par le programme.

(B) 1) a) On n'effectue que 2 dosages lorsque l'écart entre ceux-ci est faible, c'est à dire inférieur à 0,00392.

b) Si l'écart entre les 2 dosages est faible, on prend comme valeur du dosage la moyenne des 2.

2) Lorsque les 2 dosages sont trop différents (écart trop grand), alors on en demande un 3e. Dans ce cas, si l'écart-type est jugé trop grand (si $\sigma > 0{,}00462$), alors les dosages sont trop dispersés autour de $\bar{x}$, qui n'a donc plus une signification satisfaisante. C'est dans ce cas que le résultat final est la médiane des 3 dosages, alors préférable à la moyenne.

3) On ordonne les 3 valeurs, et la médiane est alors la 2ème.

Exercice 2

1) Comme $A \in \mathcal{C}$, alors $f(2) = 1$, et donc $2a + b + \dfrac{c}{2} = 1$

Comme la tangente en A à $\mathcal{C}$ est horizontale, alors $f'(2) = 0$.

Or pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = a - \dfrac{c}{x^2}$. Donc $a - \dfrac{c}{4} = 0$

D'après les données, la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 a le même coefficient directeur que la droite d'équation $y = \frac{3}{2}x + 2$, soit $\frac{3}{2}$, et donc $f'(1) = \frac{3}{2}$, d'où $a - \dfrac{c}{1^2} = \dfrac{3}{2}$ soit $a - c = \dfrac{3}{2}$

On résout donc le système :

$$\begin{cases} 2a + b + \dfrac{c}{2} = 1 & (L_1) \\ a - \dfrac{c}{4} = 0 & (L_2) \\ a - c = \dfrac{3}{2} & (L_3) \end{cases}$$

$(L_2) - (L_3)$ donne $-\dfrac{c}{4} + c = -\dfrac{3}{2}$

soit $\dfrac{3}{4}c = -\dfrac{3}{2}$

d'où $c = -\dfrac{3}{2} \times \dfrac{4}{3} = -2$ $\boxed{c = -2}$

On remplace dans (L_3) : $a-(-2)=\frac{3}{2}$, d'où $\boxed{a=-\frac{1}{2}}$

On remplace dans (L_1) : $2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+b+\frac{-2}{2}=1$

$-1+b-1=1$ d'où $\boxed{b=3}$

Donc $\mathcal{S}=\left(-\frac{1}{2}\,;3\,;-2\right)$ ce qui donne

$$\underline{f(x)=-\frac{1}{2}x+3-\frac{2}{x}}$$

2) d passe par exemple par les points $(0;3)$ et $(6;0)$.

3) On étudie le signe de la différence $D(x)$:

$D(x)=f(x)-\left(-\frac{1}{2}x+3\right)=-\frac{1}{2}x+3-\frac{2}{x}+\frac{1}{2}x-3$

$D(x)=-\frac{2}{x}$

Pour tout $x\in\mathbb{R}^*$, $-\frac{2}{x}\neq 0$ et $-\frac{2}{x}$ est du signe opposé à x, donc :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$D(x)$	$+$	$\Vert$	$-$

On en déduit que <u>$\mathcal{C}$ est au-dessus de d sur $]-\infty\,;0[$</u> et <u>en-dessous sur $]0\,;+\infty[$</u>.