

2) (b) Par construction, les diagonales du quadrilatère $AGBG'$ se coupent en leur milieu C' , donc $AGBG'$ est un parallélogramme.

(c) d'après (b) : $(BG') \parallel (AG)$, c'est à dire $(BG') \parallel (GA')$.

Dans le triangle CBG' , la droite $(A'G)$ passe par le milieu A' de $[BC]$ et est parallèle au côté (BG') . Donc elle coupe $[CG']$ en son milieu : G est donc le milieu de $[CG']$.

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} &= \vec{GC'} + \vec{C'A} + \vec{GC'} + \vec{C'B} + \vec{GC} \\ \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} &= \underbrace{2\vec{GC'}}_{\vec{0} \text{ d'après (c)}} + \vec{GC} + \underbrace{\vec{C'A} + \vec{C'B}}_{\vec{0} \text{ car } C' \text{ milieu de } [AB]} \end{aligned}$$

Donc $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

$$\text{(e)} \quad 2\vec{GC'} + \vec{GC} = \vec{0} \quad \text{donc} \quad \vec{CG} = 2\vec{GC'} \quad \text{d'où} \quad \begin{aligned} \vec{CC'} &= \vec{CG} + \vec{GC'} \\ \vec{CC'} &= 2\vec{GC'} + \vec{GC'} \\ \vec{CC'} &= 3\vec{GC'} \end{aligned}$$

Donc $\vec{CG} = \frac{2}{3} \vec{CC'}$

G est donc situé aux $\frac{2}{3}$ de la médiane $[CC']$ en partant de C .

3) (b) Il semble que O, G et H soient alignés et que $\vec{OH} = 3\vec{OG}$.

$$\text{(c)} \quad \vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM} = \underbrace{\vec{AO} + \vec{OA}}_{\vec{0}} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OA'} + \vec{A'B} + \vec{OA'} + \vec{A'C} = 2\vec{OA'} + \underbrace{\vec{A'B} + \vec{A'C}}_{\vec{0}}$$

d'où $\vec{AM} = 2\vec{OA'}$

(d) \vec{AM} et $\vec{OA'}$ colinéaires donc $(AM) \parallel (OA')$ c'est à dire $(AM) \parallel (AH)$.

donc (AM) et (AH) sont confondues, ce qui prouve que $M \in (AH)$.

(e) On montre de même que $M \in (BH)$, et comme (AH) et (BH) se coupent en H , on en déduit que $M = H$.

$$\text{(f)} \quad \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OG} + \vec{GA} + \vec{OG} + \vec{GB} + \vec{OG} + \vec{GC} = 3\vec{OG} + \underbrace{\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}}_{\vec{0}}$$

$$\text{(g)} \quad \vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$$

et comme $H = M$, $\vec{OH} = 3\vec{OG}$.