

Valeur absolue et dérivabilité

Exercice :

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |2x+3|$.

Etudier la dérivabilité de f sur \mathbb{R} .

Correction de l'exercice :

Exercice :

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |2x+3|$.

Etudier la dérivabilité de f sur \mathbb{R} .

$$2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$$

Premier cas :

Si $x > -\frac{3}{2}$ $f(x) = 2x+3$ et f est dérivable sur $]-\frac{3}{2}; +\infty[$ en tant que fonction affine.

et $f'(x) = 2$.

Second cas :

Si $x < -\frac{3}{2}$ $f(x) = -2x-3$ et f est dérivable sur $]-\infty; -\frac{3}{2}[$ en tant que fonction affine.

et $f'(x) = -2$

Dérivabilité en 0 :

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}^+} f'(x) = 2 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}^-} f'(x) = -2$$

Conclusion : f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$