Produit scalaire

Exercice n° 1 :

Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs et $k \in \mathbb{Z}$.

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ dans les conditions suivantes :

a. AB=3 , AC=5 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$.

b. AB=1 , AC=4 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})=-\frac{8\pi}{3}+2k\pi$.

c. AB=4 , AC=7 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$.

d. AB=2 , AC=2 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})=-\frac{5\pi}{3}+2k\pi$.

Exercice n° 2 :

Calculer $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$; sachant que :

a. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-3$

b. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=2$

Exercice n° 3 :

MNPQ est un losange de centre O tel que MP=8 et NQ=6.

Calculer les produits scalaires suivants :

a. $\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{NQ}$; $\overrightarrow{PM}.\overrightarrow{NP}$;

.

b. $\overrightarrow{MQ}.\overrightarrow{NP}$; $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PQ}$; $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{NM}$; .

Exercice n° 3 :

Soit ABCD un carré et I un point de [AB].
On note H le projeté orthogonal de A sur [ID].

En exprimant de deux manières différentes $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{ID}$, démontrer que :

$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{ID} = AI^2$

Exercice n° 4 :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 1.
Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$ en utilisant les projections orthogonales .

Correction de l'exercice :

Le produit scalaire :(Corrigé)

Exercice n° 1 :

Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs et $k \in \mathbb{Z}$.

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ dans les conditions suivantes :

a. AB=3 , AC=5 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$.
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 15 \times \frac{\sqrt{3}}{2}.$

b. AB=1 , AC=4 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) = -\frac{8\pi}{3} + 2k\pi$.
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\frac{8\pi}{6}\right) = 4 \times \frac{-1}{2} = -2.$

c. AB=4 , AC=7 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$.

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right)=28\times\frac{\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}.$

d. AB=2 , AC=2 et $(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})=-\frac{5\pi}{3}+2k\pi$.

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)=4\times\frac{-1}{2}=-2.$

Exercice n° 2 :

Calculer $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$; sachant que :

a. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-3$

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-3$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-3$;

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=3$;

Exercice n° 3 :

Soit ABCD un carré et I un point de [AB].
On note H le projeté orthogonal de A sur [ID].

$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IA}.(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{AD}$

$=AI^2$

$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{AD}=0$ car (IA) perpendiculaire à (AD).

Exercice n° 4 :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 1.
Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=1\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}.$