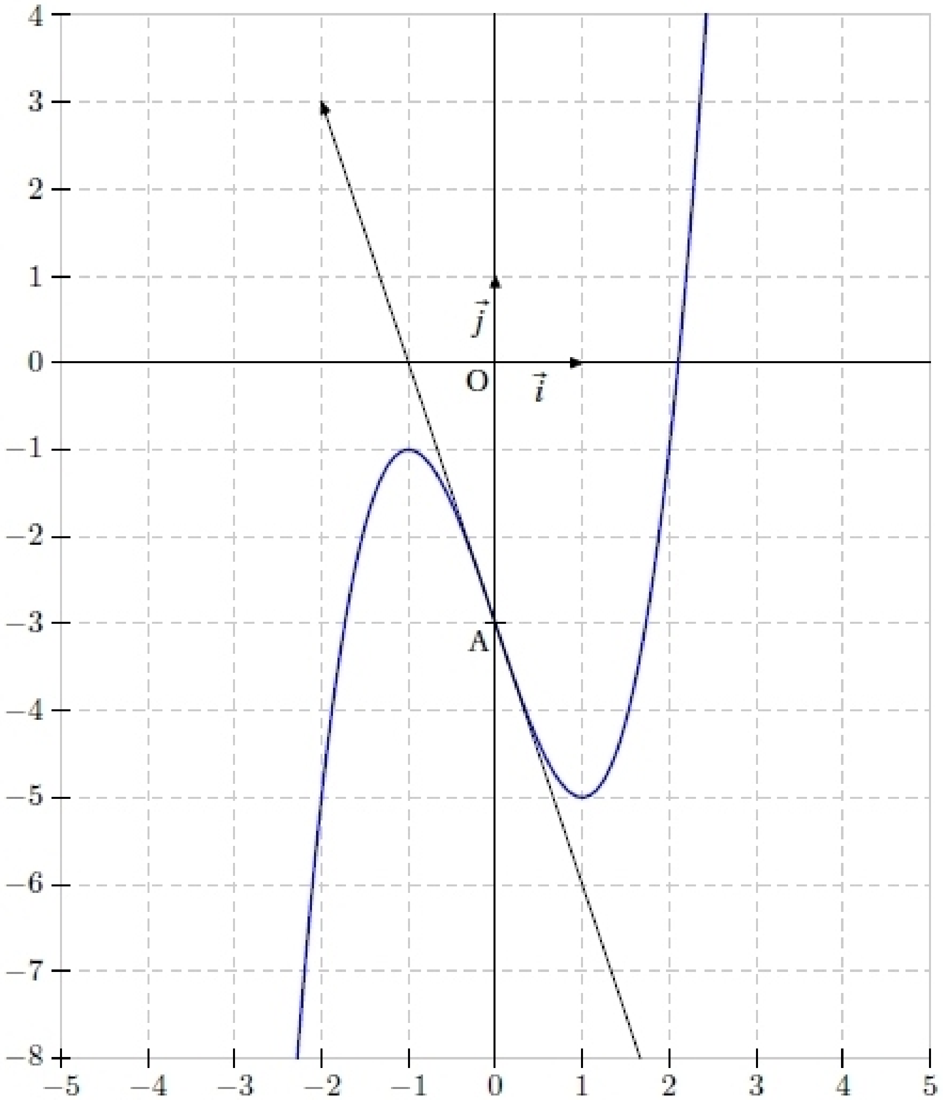
Fonction numérique et racine

Exercice :

On considère la fonction f définie sur R par : $f(x) = x^3 - 3x - 3$. On note (Cf) sa représentation graphique. 1.Calculer la dérivée f ' de f puis étudier son signe. 2. Dresser le tableau de variations de la fonction f. 3. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 0. 4. Tracer (T) et (Cf) dans un même repère. 5. Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α dans l'intervalle [2 ; 3]. 6. Donner une valeur approchée de α , par défaut, à 10^{-1} près.



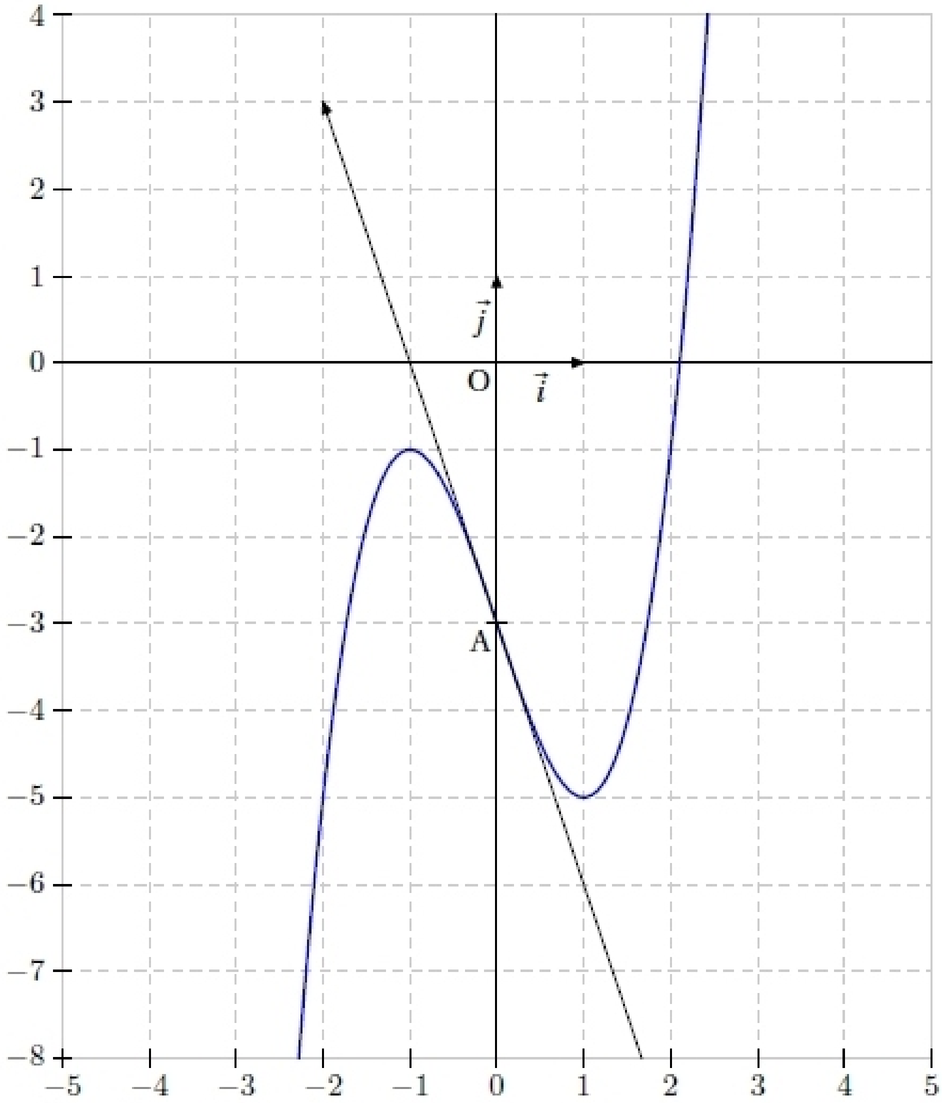
Correction de l'exercice :

Exercice :

On considère la fonction f définie sur R par : $f(x)=x^3-3x-3$. On note (Cf) sa représentation graphique. 1.Calculer la dérivée f ' de f puis étudier son signe. $f'(x)=3x^2-3$ $f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow 3x^2-3\geq 0 \Leftrightarrow 3(x^2-1)\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x1)\geq 0$ donc f' est négative sur [- 1 ; 1] . 2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

X	- inf		-1		1		+ inf
f'(x)		+	0	−	0	+	
f(x)	- inf	↗	-1	↘	-5	↗	+ inf

3. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 0. $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$ $f(0)=0^3-3\times 0-3=-3$ $f'(0)=3\times 0^2-3=-3$ $y-(-3)=-3(x-0)$ $y+3=-3x$ $y=-3x-3$ 4. Tracer (T) et (Cf) dans un même repère. 5. Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α dans l'intervalle [2 ; 3]. f est continue et strictement croissante sur [2;3], de plus elle passe d'une valeur négative à une valeur positive donc d'après le théorème de bijection 0 admet un unique antécédent sur [2 ; 3]. 6. Donner une valeur approchée de α , par défaut, à 10^{-1} près.



4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
$\vec{j}$
O
$\vec{i}$
A