

Etude de deux suites

Exercice :

On considère les deux suites (U_n) et (V_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$U_n = \frac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} \text{ et } V_n = \frac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2} .$$

1. Soit (W_n) la suite définie par $W_n = U_n + V_n$.

Démontrer que (W_n) est une suite géométrique .

Correction de l'exercice :

Exercice :

On considère les deux suites (U_n) et (V_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$U_n = \frac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} \text{ et } V_n = \frac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2} .$$

1. Soit (W_n) la suite définie par $W_n = U_n + V_n$.

Démontrer que (W_n) est une suite géométrique .

$$\begin{aligned} W_n &= U_n + V_n \\ &= \frac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} + \frac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2} \\ &= \frac{3 \times 2^n + 3 \times 2^n}{2} \\ &= \frac{2 \times 3 \times 2^n}{2} = 3 \times 2^n \end{aligned}$$

et

$$\frac{W_{n+1}}{W_n} = \frac{3 \times 2^{n+1}}{3 \times 2^n} = 2$$

ainsi

$$W_{n+1} = 2W_n$$

donc la suite (W_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$.