

cours de mathématiques en troisième

Les probabilités.

Dans tout ce chapitre, les exemples seront tous basés sur les trois expériences suivantes :

On lance une pièce de monnaie équilibrée, on la laisse tomber et on regarde la face visible



On lance un dé à 6 faces équilibré et on regarde le chiffre inscrit sur sa face supérieure



On fait tourner une roue de loterie équilibrée, on attend qu'elle s'arrête et on regarde la couleur désignée par la flèche



I – Vocabulaire

Définition

Lors d'une expérience aléatoire, chaque résultat possible est appelé **issue**.

Exemple :

La pièce de monnaie

Cette expérience n'admet que deux issues : pile et face

Le dé à 6 faces

Cette expérience admet six issues : 1, 2, 3, 4, 5 et 6

La roue de loterie

combien d'issues ici ? et lesquelles ?

Définition

- Un **événement** est une condition qui peut être, ou ne pas être, réalisée lors de l'expérience. Un événement peut être réalisé par une ou plusieurs issues de cette expérience ;
- Un **événement élémentaire** est un événement qui n'est réalisé que par une seule issue ;

Exemple :

La pièce de monnaie

- « on obtient face » est un événement élémentaire.
- « on obtient pile » est un autre événement élémentaire.

Le dé à 6 faces

- « on obtient 4 » est un événement élémentaire.
- « on obtient 7 » est un **événement impossible**.
- « on obtient un nombre impair » est un événement réalisé par les issues 2, 4, 6.

La roue de loterie

- « la flèche désigne une couleur primaire » est un événement réalisé par deux issues : rouge et jaune.
- « la flèche désigne le jaune » est un événement élémentaire.

Définition

Une expérience est dite **aléatoire** si chaque issue ne dépend pas des issues des expériences précédentes.

Exemple :

- Nos 3 expériences sont ici aléatoires. En effet, le fait d'« obtenir un 4 » maintenant ne veut pas dire qu'on aura moins ou plus de chances d'« obtenir » un 4 au lancer suivant !
- Par contre, quelle sont mes chances d'« avoir 21 » au tirage de la première boule du Loto[®] ? À priori, il y a 49 boules, et je n'en veux qu'une, donc $1/49$. Mais quelle sont mes chances d'« avoir 21 » au tirage de la dernière boule du Loto[®] ? Six boules ont déjà été tirées, il n'en reste donc que 43, et je n'en veux toujours qu'une, donc $1/43$.
→ Pour la même boule, mes chances sont différentes selon le tirage, donc cette expérience n'est pas aléatoire.

II – Notions de probabilité

Définition

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement A se rapproche d'une « fréquence théorique », appelée **probabilité de l'événement A** et notée $p(A)$.

Exemple :

La pièce de monnaie
en « théorie », on obtient face une fois sur deux

Le dé à 6 faces
si A désigne l'événement « obtenir 6 », alors $p(A) = 1/6$. En effet, en « théorie », on a environ une chance sur 6 d'obtenir 6.

La roue de loterie
quelle est la probabilité que la roue s'arrête sur le vert ? le rouge ? le jaune ?

Propriétés

- Une probabilité est un nombre toujours compris entre 0 et 1 : $0 \leq p(A) \leq 1$;
- Un événement impossible a une probabilité nulle.
- Un événement dont la probabilité vaut 1 est appelé **événement certain**.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est toujours égale à 1.

Définition

Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation **d'équiprobabilité**.

Exemple :

La pièce de monnaie
on a autant de chance d'obtenir pile que face : il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Le dé à 6 faces
y a-t-il équiprobabilité ici ?

La roue de loterie
y a-t-il équiprobabilité ici ?

Propriétés

Dans une situation d'équiprobabilité, si une expérience aléatoire possède n issues, alors la probabilité d'un événement élémentaire est égale à l'inverse de n : $\frac{1}{n}$.

Exemple :

La pièce de monnaie
la probabilité d'un événement élémentaire est égale à $\frac{1}{2}$.

Le dé à 6 faces
la probabilité d'un événement élémentaire est égale à $\frac{1}{6}$.

La roue de loterie
y a-t-il équiprobabilité ici ??