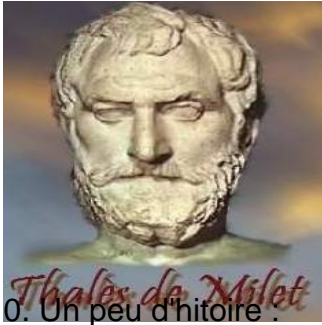


cours de mathématiques en troisième

Le théorème de Thalès.



0. Un peu d'histoire :

Thalès était un savant grec qui vécut entre -627 et -547.

Originaire de la ville de Milet, il était un généraliste des sciences comme la majorité de ses confrères de l'époque.

La propriété, que l'on va étudier, va nous montrer la corrélation entre la proportionnalité des longueurs et le parallélisme.

Cette propriété est connue et employée depuis l'antiquité.

Le théorème de Thalès ne serait pas dû à la personne dont il porte le nom.

Ce sont en fait des français qui le baptisèrent ainsi à la fin du XIXème siècle.

I. Produit en croix :

Afin de pouvoir étudier le théorème de Thalès convenablement, il est impératif de bien maîtriser le produit en croix (ou règle de trois). On utilise le produit en croix pour résoudre des équations du style

:

$$\frac{x}{3} = \frac{5}{6}$$

On obtient $6x = 5 \times 3$ puis

$$\frac{6 \times x}{6} = \frac{5 \times 3}{6} \text{ soit } x = \frac{5}{2}$$

Exemples : Résoudre les équations :

a) $\frac{7x}{5} = \frac{7}{10}$

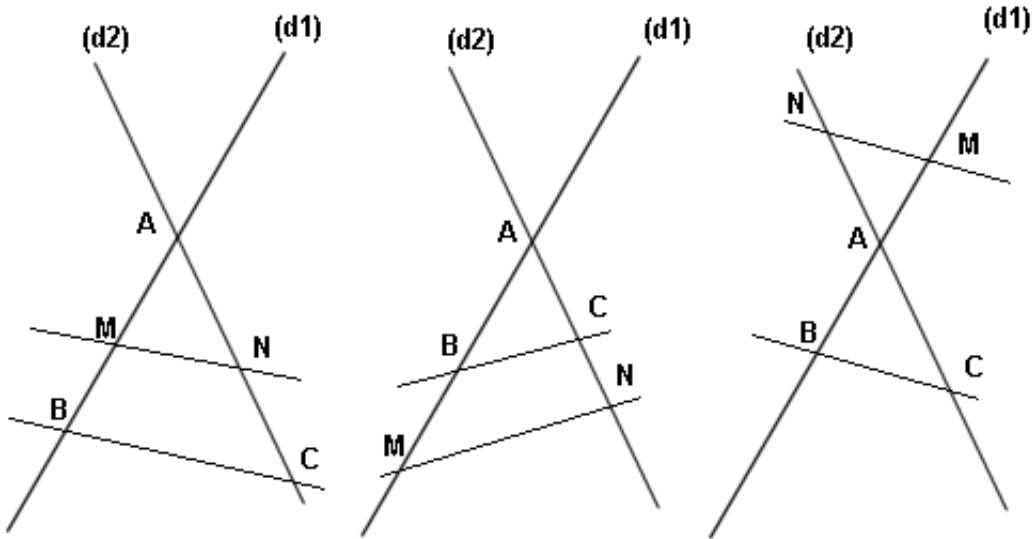
b) $\frac{3}{x} = \frac{6}{17}$

c) $\frac{4}{5} = \frac{2}{x}$

d) $\frac{9}{4} = \frac{x}{3}$

II. Théorème de Thalès (partie directe) :

1. Les trois configurations de Thalès :



2. Enoncé du Théorème de Thalès :

Partie directe :

Soient ABC et AMN 2 triangles tels que $\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \\ (MN) \parallel (BC) \end{cases}$

alors, d'après la partie directe du théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Remarques :

La partie directe du théorème de Thalès , nous permet de calculer une longueur si des droites sont parallèles. >

III. Réciproque du Théorème de Thalès :

1. Théorème (partie réciproque) :

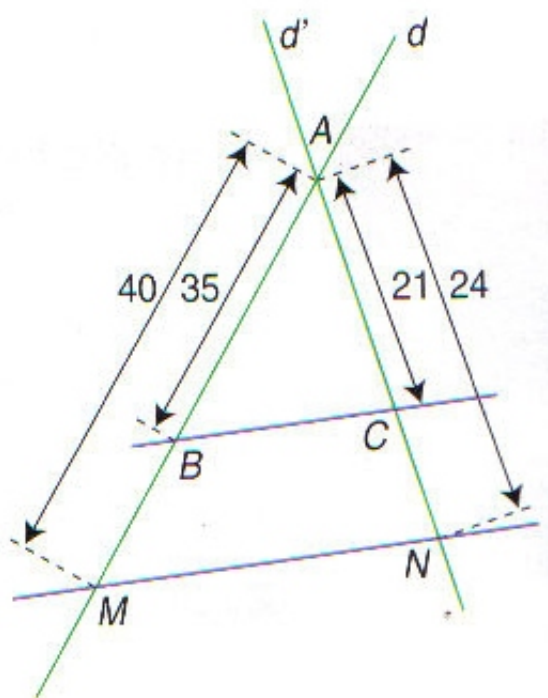
Si ABC et AMN sont deux triangles tels que :

$\begin{cases} A, M, B \text{ et } A, N, C \text{ sont alignés dans cet ordre} \\ \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \end{cases}$

alors d'après la partie réciproque de Thalès, (MN) et (BC) sont parallèles.

2. Exemple :

On donne la figure ci-dessous:



$AB = 35$ m; $AM = 40$ m; $AC = 21$ m; $AN = 24$ m.

On sait que les points A,B,M et A,C,N sont dans le même ordre. Par ailleurs :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{40}{35} = \frac{8}{7} \text{ et } \frac{AN}{AC} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7}.$$

donc

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

D'après la partie réciproque du théorème de Thalès, On peut donc en conclure que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Remarques :

La partie réciproque du théorème de Thalès , nous permet de vérifier si des droites sont parallèles.

- Quand les rapports ne sont pas égaux, on conclut que les droites ne sont pas parallèles d'après la partie contraposée du théorème de Thalès.