

cours de mathématiques en troisième

La racine carrée.

I. Racine carrée d'un nombre positif :

Définition :

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif noté \sqrt{a} dont le carré est a . c'est à dire :

Remarques :

\sqrt{a} s'appelle le radical et \sqrt{a} se lit « racine carrée de a » ou « racine de a ». \sqrt{a} n'a pas de sens si a est un nombre négatif.

Exemples :

- 1) $\sqrt{144} = 12$ car 12 est positif et $12^2=144$.
- 2) $\sqrt{0} = 0$ car $0^2 = 0$.
- 3) $\sqrt{-4} = 0$ n'a pas de sens car -4 est un nombre négatif.

Définition :

On appelle carré parfait un entier positif dont la racine carrée est un entier.

Exemples :

- 1) 16 est un carré parfait car $16 = 4^2$, et $\sqrt{16} = 4$.
- 2) 40 000 est un carré parfait car $40\ 000 = 200^2$, et $\sqrt{40\ 000} = 200$

II. Règles de calculs sur les radicaux :

1. Produit de racines : Propriété 1:

Pour tous nombres a et b positifs , on a : $\boxed{\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}}$

Exemples :

$$1. \sqrt{15} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{5} \times \sqrt{3} \quad 2. \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \quad 3. \sqrt{49 \times 81} = \sqrt{49} \times \sqrt{81} = 7 \times 9 = 63$$

propriété 2 :

Pour tout nombre positif a, on a $\boxed{(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a}$

Preuve :

Par définition : $(\sqrt{a})^2 = a$

En utilisant la propriété 1 : $\sqrt{a^2} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$

Exemples :

$$\sqrt{162} = \sqrt{2 \times 81} = \sqrt{2} \times \sqrt{81} = 9\sqrt{2}.$$

Attention :

Il n'y a **aucune règle générale pour la somme et la différence** de radicaux !

Contre-exemples :

$$1. \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 \quad \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

donc $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

$$2. \sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2$$

$$\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$$

donc $\sqrt{100-64} \neq \sqrt{100}-\sqrt{64}$

2. Quotient de racines :

Propriété :

Pour tous nombres a et b positifs , on a : $\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$

Exemples :

$$\sqrt{\frac{81}{36}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{36}} = \frac{9}{6} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{2}$$