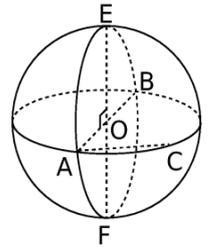


**Exercice 1** : Que de triangles ! (3 points)

La figure ci-contre représente une sphère de centre  $O$  et de rayon 3 cm.  $[AB]$  et  $[EF]$  sont deux diamètres perpendiculaires et  $C$  est un point d'un grand cercle tel que  $AC = 4$  cm.



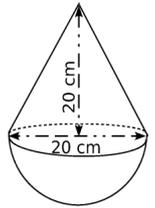
- Indique la nature des triangles  $ABC$ ,  $AOE$ ,  $BOC$  et  $EAF$ .
- Représente en vraie grandeur le triangle  $ABC$  et place le point  $O$ .

**Exercice 2** : Le culbuto (5 points)

Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.

- Calcule son volume exact puis donne l'arrondi au  $\text{cm}^3$ .
- La base sphérique est remplie de sable.

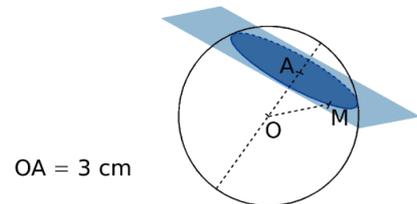
Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?



**Exercice 3** : Section (4 points)

Une boule de centre  $O$ , de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par le point  $A$ .  $M$  est un point de cette section.

- Quelle est la nature de cette section ?
- Calcule l'aire exacte de la surface de cette section en  $\text{cm}^2$ .



**Exercice 4** : Probabilités (8 points)

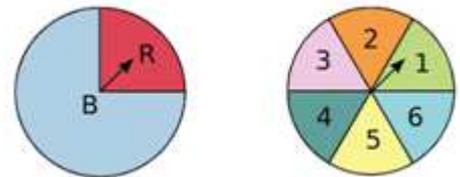
Dans un jeu, on doit tourner deux roues.

La première roue donne une couleur : bleu avec la probabilité

$\frac{3}{4}$  ou rouge. La deuxième roue donne un chiffre entre 1 et 6

avec la même probabilité.

Si, après avoir tourné les roues, les aiguilles se trouvent comme sur le schéma, on note  $(R, 1)$  le résultat obtenu.



- Quelle est la probabilité d'obtenir "Rouge" avec la première roue ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue ?
- Construis et complète un arbre représentant les différents résultats possibles.
- Quelle est la probabilité du résultat  $(R,1)$  ?
- Quelle est la probabilité du résultat  $(B,4)$  ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Bleu" et un chiffre pair ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Bleu" ou un chiffre pair ?

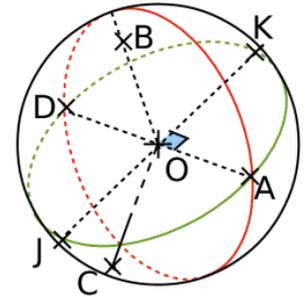
### 3<sup>ème</sup> A DS4 Géométrie dans l'espace - probabilités 2011-2012 sujet 2

#### Exercice 1 : Définitions (3 points)

Le dessin ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur représente une sphère de centre  $O$  et de rayon 5 cm.

Les cercles rouge et vert sont des grands cercles.

- Sur la figure, quels sont les points qui appartiennent à cette sphère ? Justifie.
- En réalité, quelle est la longueur du segment  $[AD]$  ? Pourquoi ?
- En réalité, quelle est la nature du triangle  $KAD$  ? Pourquoi ?
- Calcule la longueur du segment  $[AK]$ .



#### Exercice 2 : Comparaison (5 points)

Range dans l'ordre décroissant les volumes suivants :

- celui d'une boule de 3 dm de diamètre;
  - celui d'un cylindre de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base;
  - celui d'un cône de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base.
- (On calculera la valeur exacte de chaque volume.)

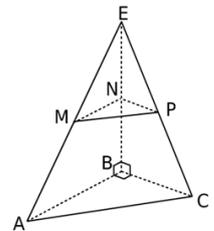
#### Exercice 3 : Section (4 points)

$EABC$  est un tétraèdre tel que  $AB = 3$  cm.

$BC = 2$  cm et  $BE = 4$  cm.

$MNP$  est la section de la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point  $N$  de  $[EB]$  tel que  $EN = 1,6$  cm.

- Quelle est la nature du triangle  $MNP$  ?
- Calcule l'aire du triangle  $MNP$ .



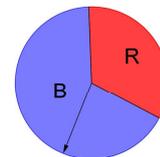
#### Exercice 4 : Probabilités (8 points)

Dans un jeu, on doit tourner deux roues.

La première roue donne une couleur : rouge avec la probabilité  $\frac{1}{3}$

ou bleu. La deuxième roue donne un chiffre entre 1 et 5 avec la même probabilité.

Si, après avoir tourné les roues, les aiguilles se trouvent comme sur le schéma, on note  $(B, 2)$  le résultat obtenu.



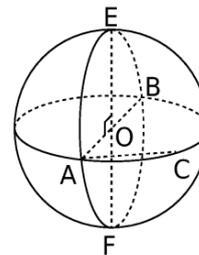
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Bleu" avec la première roue ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue ?
- Construis et complète un arbre représentant les différents résultats possibles.
- Quelle est la probabilité du résultat  $(R,1)$  ?
- Quelle est la probabilité du résultat  $(B,4)$  ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Rouge" et un chiffre impair ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Rouge" ou un chiffre impair ?

**CORRECTION**

**Exercice 1** : Que de triangles ! (3 points)

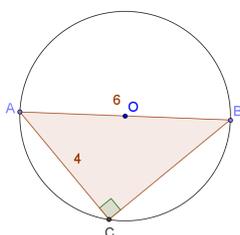
La figure ci-contre représente une sphère de centre O et de rayon 3 cm.

[AB] et [EF] sont deux diamètres perpendiculaires et C est un point d'un grand cercle tel que AC = 4 cm.



- a) Indique la nature des triangles ABC, AOE, BOC et EAF.
- b) Représente en vraie grandeur le triangle ABC et place le point O.

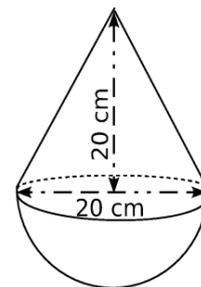
- a) ABC est un triangle rectangle en C car inscrit dans le cercle de diamètre [AB].  
 AOE est un triangle rectangle et isocèle en O (OE = OA = 3 cm : 2 rayons de la sphère)  
 BOC est un triangle isocèle en O (OB = OC = 3 cm : 2 rayons de la sphère)  
 EAF est un triangle rectangle et isocèle en A (car inscrit dans le cercle de diamètre [EF] et AE = AF =  $\sqrt{OA^2 + OF^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$  cm)
- b)



**Exercice 2** : Le culbuto (5 points)

Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.

- a) Calcule son volume exact puis donne l'arrondi au cm<sup>3</sup>.
- b) La base sphérique est remplie de sable.  
 Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

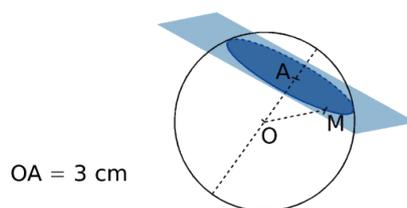


- a)  $V_{\text{culbuto}} = V_{\text{cône}} + V_{\text{demi-boule}}$   
 $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 20 = \frac{2000}{3} \times \pi \text{ cm}^3$   
 $V_{\text{demi-boule}} = \frac{2}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{2}{3} \times 10^3 \times \pi = \frac{2000}{3} \times \pi \text{ cm}^3$   
 $V_{\text{culbuto}} = \frac{4000}{3} \times \pi \text{ cm}^3$  (valeur exacte)  
 $V_{\text{culbuto}} \approx 4\,189 \text{ cm}^3$  (valeur arrondie au cm<sup>3</sup>)
- b)  $\frac{V_{\text{demi-boule}}}{V_{\text{culbuto}}} = \frac{1}{2}$   
 Le sable occupe la moitié (ou 50%) du jouet.

**Exercice 3** : Section (4 points)

Une boule de centre O, de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par le point A. M est un point de cette section.

- a) Quelle est la nature de cette section ?
- b) Calcule l'aire exacte de la surface de cette section en cm<sup>2</sup>.
- a) La section est un disque de centre A et de rayon AM.
- b) Aire =  $\pi \times AM^2$   
 Pour calculer AM<sup>2</sup>, on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle OAM rectangle en A :



**CORRECTION**

$$OM^2 = OA^2 + AM^2$$

$$AM^2 = 8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$$

$$\text{Donc Aire} = 55\pi \text{ cm}^2$$

**Exercice 4** : Probabilités (8 points)

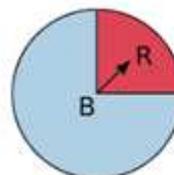
Dans un jeu, on doit tourner deux roues.

La première roue donne une couleur : bleu avec la probabilité

$\frac{3}{4}$  ou rouge. La deuxième roue donne un chiffre entre 1 et 6

avec la même probabilité.

Si, après avoir tourné les roues, les aiguilles se trouvent comme sur le schéma, on note (R, 1) le résultat obtenu.

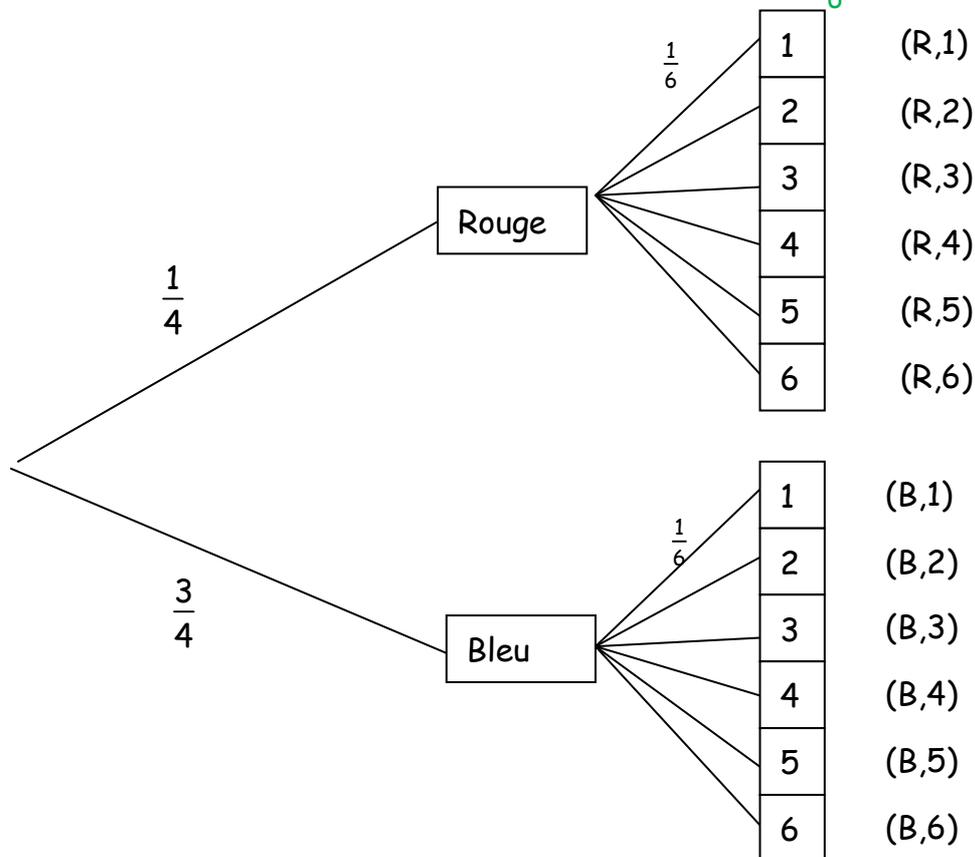


- Quelle est la probabilité d'obtenir "Rouge" avec la première roue ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue ?
- Construis et complète un arbre représentant les différents résultats possibles.
- Quelle est la probabilité du résultat (R,1) ?
- Quelle est la probabilité du résultat (B,4) ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Bleu" et un chiffre pair ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir "Bleu" ou un chiffre pair ?

a) La probabilité d'obtenir rouge avec la première roue est :  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ .

b) La probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue est  $\frac{1}{6}$ .

c)



CORRECTION

d) Probabilité (R,1) =  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$

e) Probabilité (B,4) =  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$

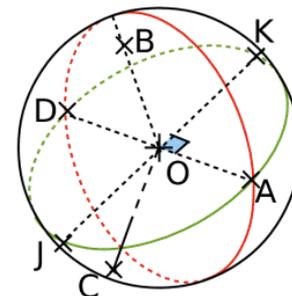
f) Probabilité "Bleu" et "un chiffre pair" =  $p((B,2)) + p((B,4)) + p((B,6)) = \frac{1}{8} \times 3 = \frac{3}{8}$

g) Probabilité "Bleu" ou "un chiffre pair" =  $p((R,2)) + p((R,4)) + p((R,6)) + p((B,1)) + p((B,2)) + p((B,3)) + p((B,4)) + p((B,5)) + p((B,6)) = \frac{1}{24} \times 3 + \frac{3}{4} = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{7}{8}$

**CORRECTION**

**Exercice 1** : Définitions (3 points)

Le dessin ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur représente une sphère de centre O et de rayon 5 cm.



Les cercles rouge et vert sont des grands cercles.

a) Sur la figure, quels sont les points qui appartiennent à cette sphère ? Justifie.

b) En réalité, quelle est la longueur du segment [AD] ? Pourquoi ?

c) En réalité, quelle est la nature du triangle KAD ? Pourquoi ?

d) Calcule la longueur du segment [AK].

a) Seuls les points A, D, J et K appartiennent à la sphère car ils sont des extrémités de deux diamètres de grands cercles de la sphère.

(B à l'intérieur de la boule et C à l'extérieur)

b) AD = 10 cm (2 fois le rayon de la sphère)

c) KAD est un triangle rectangle et isocèle en K.

En effet en utilisant le théorème de Pythagore dans les triangles OKD et OKA rectangle en O, on obtient :

- $KD = \sqrt{OD^2 + OK^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$  cm

- $AK = \sqrt{OA^2 + OJ^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$  cm

AK = KD donc KAD est isocèle en K.

KAD est rectangle en K car inscrit dans le cercle de diamètre [AD].

d) On a AK =  $5\sqrt{2}$  cm (cf question précédente).

**Exercice 2** : Comparaison (5 points)

Rang dans l'ordre décroissant les volumes suivants :

- celui d'une boule de 3 dm de diamètre;
- celui d'un cylindre de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base;
- celui d'un cône de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base.

(On calculera la valeur exacte de chaque volume.)

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \pi = \frac{4}{3} \times \frac{27}{8} \times \pi = \frac{9}{2} \times \pi \text{ dm}^3$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi \times R^2 \times h = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 3 \times \pi = \frac{27}{4} \times \pi \text{ dm}^3$$

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \pi \times R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 3 \times \pi = \frac{9}{4} \times \pi \text{ dm}^3$$

$$\frac{27}{4} > \frac{9}{2} > \frac{9}{4}, \text{ donc } V_{\text{cylindre}} > V_{\text{boule}} > V_{\text{cône}}$$

**Exercice 3** : Section (4 points)

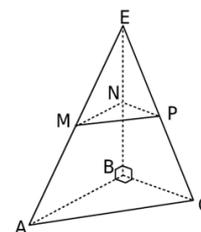
EABC est un tétraèdre tel que AB = 3 cm.

BC = 2 cm et BE = 4 cm.

MNP est la section de la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point N de [EB] tel que EN = 1,6 cm.

a) Quelle est la nature du triangle MNP ?

b) Calcule l'aire du triangle MNP.



a) MNP est une réduction du triangle rectangle de base ABC.

**CORRECTION**

b)  $A_{MNP} = \frac{MN \times NP}{2}$

c) On applique le théorème de Thalès dans les triangles EMN et EAB (les droites (MN) et (AB) sont parallèles) pour calculer MN :

$$\frac{EN}{EB} = \frac{MN}{AB}$$

D'où  $MN = \frac{1,6}{4} \times 3 = 1,2 \text{ cm}$

On applique de même le théorème de Thalès dans les triangles ENP et EBC (les droites (NP) et (BC) sont parallèles) pour calculer NP :

$$\frac{EN}{EB} = \frac{NP}{BC}$$

D'où :  $NP = \frac{1,6}{4} \times 2 = 0,8 \text{ cm}$

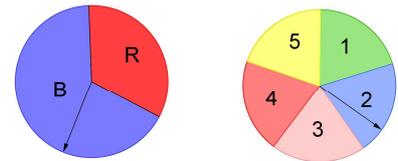
On en déduit :  $A_{MNP} = \frac{1,2 \times 0,8}{2} = 0,48 \text{ cm}^2$

Remarque :  $A_{MNP} = 0,4^2 \times A_{ABC}$  ( $0,4 = \frac{1,6}{4}$  étant le coefficient d'agrandissement réduction)

**Exercice 4 : Probabilités (8 points)**

Dans un jeu, on doit tourner deux roues.

La première roue donne une couleur : rouge avec la probabilité  $\frac{1}{3}$  ou bleu. La deuxième roue donne un chiffre entre 1 et 5 avec la même probabilité.



Si, après avoir tourné les roues, les aiguilles se trouvent comme sur le schéma, on note (B, 2) le résultat obtenu.

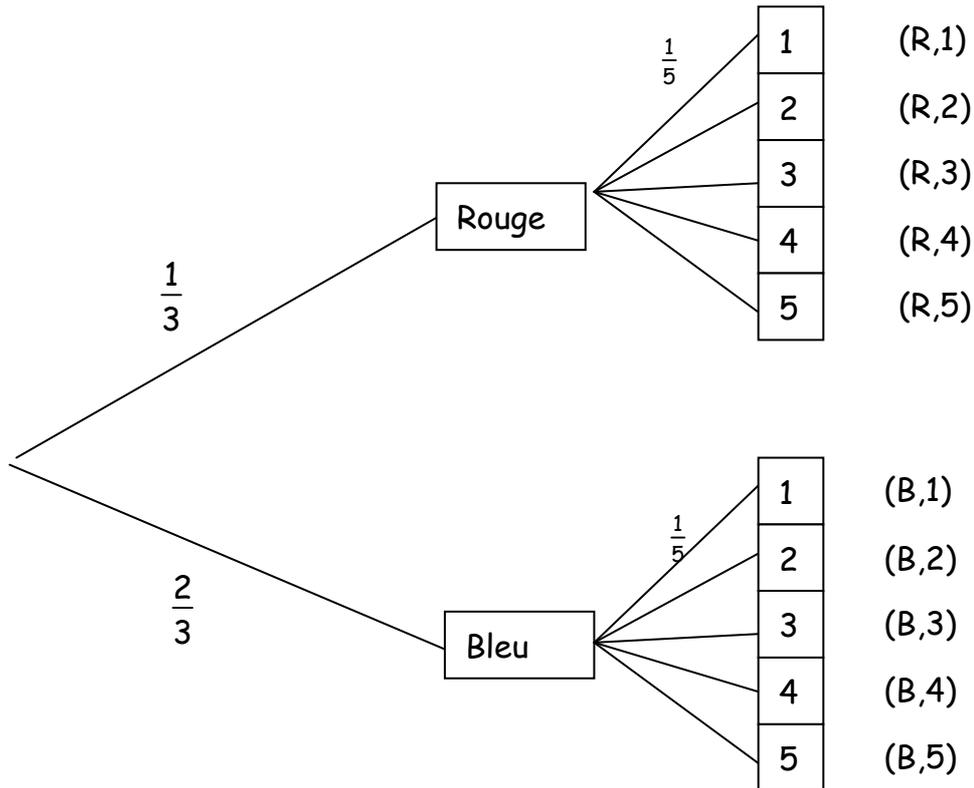
- a) Quelle est la probabilité d'obtenir "Bleu" avec la première roue ?
- b) Quelle est la probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue ?
- c) Construis et complète un arbre représentant les différents résultats possibles.
- d) Quelle est la probabilité du résultat (R,1) ?
- e) Quelle est la probabilité du résultat (B,4) ?
- f) Quelle est la probabilité d'obtenir "Rouge" et un chiffre impair ?
- g) Quelle est la probabilité d'obtenir "Rouge" ou un chiffre impair ?

a) La probabilité d'obtenir "Bleu" avec la première roue est :  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ .

b) La probabilité d'obtenir chacun des chiffres avec la deuxième roue est  $\frac{1}{5}$ .

CORRECTION

c)



d) Probabilité (R,1) =  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

e) Probabilité (B,4) =  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

f) Probabilité "Rouge" et "un chiffre impair" =  $p((R,1)) + p((R,3)) + p((R,5)) = \frac{1}{15} \times 3 = \frac{1}{5}$

g) Probabilité "Rouge" ou "un chiffre impair" =  $p((B,1)) + p((B,3)) + p((B,5)) + p((R,1)) + p((R,2)) + p((R,3)) + p((R,4)) + p((R,5)) = \frac{2}{15} \times 3 + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$