BREVET BLANC janvier 2014

Épreuve de Mathématiques

Collège Nicolas Copernic année scolaire 2013-2014

Ce sujet comporte 6 pages.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Tous les exercices sont indépendants.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice n°1	4 points
Exercice n°2	5 points
Exercice n°3	7 points
Exercice n°4	6 points
Exercice n°5	3 points
Exercice n°6	3 points
Exercice n°7	4,5 points
Exercice n°8	6,5 points
Soin	1 point

EXERCICE N°1 (4 pts)

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1) Peut-il faire 76 sachets ? Justifier la réponse. **1 pt**

2) Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser ? Justifier la réponse. **2 pts**

3) Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet ? Justifier la réponse. **1 pt**

EXERCICE N°2 (5 pts)

On considère un triangle MNP rectangle en P tel que : MP = 39 mm et NP = 52 mm.

1) Montrer que : MN = 65 mm. **1,5 pt**

2) Le point R est tel que : MR = 25 mm et NR = 60 mm.
Le triangle MNR est-il rectangle ? Justifier. **2 pts**

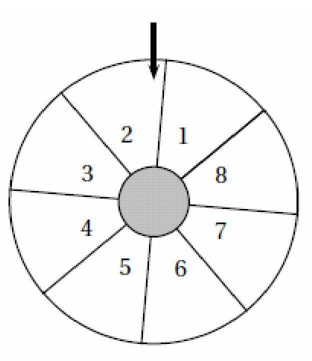
3) Construire la figure en vraie grandeur. **1,5 pt**

EXERCICE N°3 (7 pts)

Pour gagner le gros lot dans une fête foraine, il faut d'abord tirer une boule rouge dans une urne, puis obtenir un multiple de trois en tournant une roue.

1) L'urne contient 6 boules vertes, 5 boules blanches et des boules rouges.
Le responsable annonce « 50% de chances de tirer une boule rouge ».
Combien y a-t-il de boules rouges dans l'urne ? **1,5 pt**

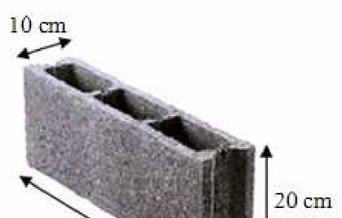
2) On fait maintenant tourner la roue séparée en 8 secteurs numérotés de 1 à 8 comme indiqué ci-contre.
Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? **1,5 pt**



3) Pierre décide de participer au jeu.
Quelle est la probabilité qu'il gagne le gros lot ? **2 pts**

4) On gagne un « petit lot » lorsque l'on tire une boule verte et que la roue s'arrête sur le 7.
Quelle est la probabilité de gagner un petit lot ? **2 pts**

EXERCICE N°4 (6 pts)



Pour réaliser un abri de jardin en parpaing,
un bricoleur a besoin de 300 parpaings de dimensions
50 cm × 20 cm × 10 cm pesant chacun 10 kg.
Il achète les parpaings dans un magasin situé
à 10 km de sa maison. Pour les transporter, il
loue au magasin un fourgon.

Information 1 : Caractéristiques du fourgon :
— 3 places assises.
— Dimensions du volume transportable
(L ×*l* ×*h*) : 2,60 m× 1,56 m× 1,84 m.
— Charge pouvant être transportée : 1,7 tonne.
— Volume réservoir : 80 litres.
— Diesel (consommation : 8 litres aux 100 km).

Information 2 : Tarifs de location du fourgon

1 jour 30 km maximum	1 jour 50 km maximum	1 jour 100 km maximum	1 jour 200 km maximum	km supplémentaire
48 €	55 €	61 €	78 €	2€

Ces prix comprennent le kilométrage indiqué **hors carburant.**

Information 3 : Un litre de carburant coûte 1,50 €.

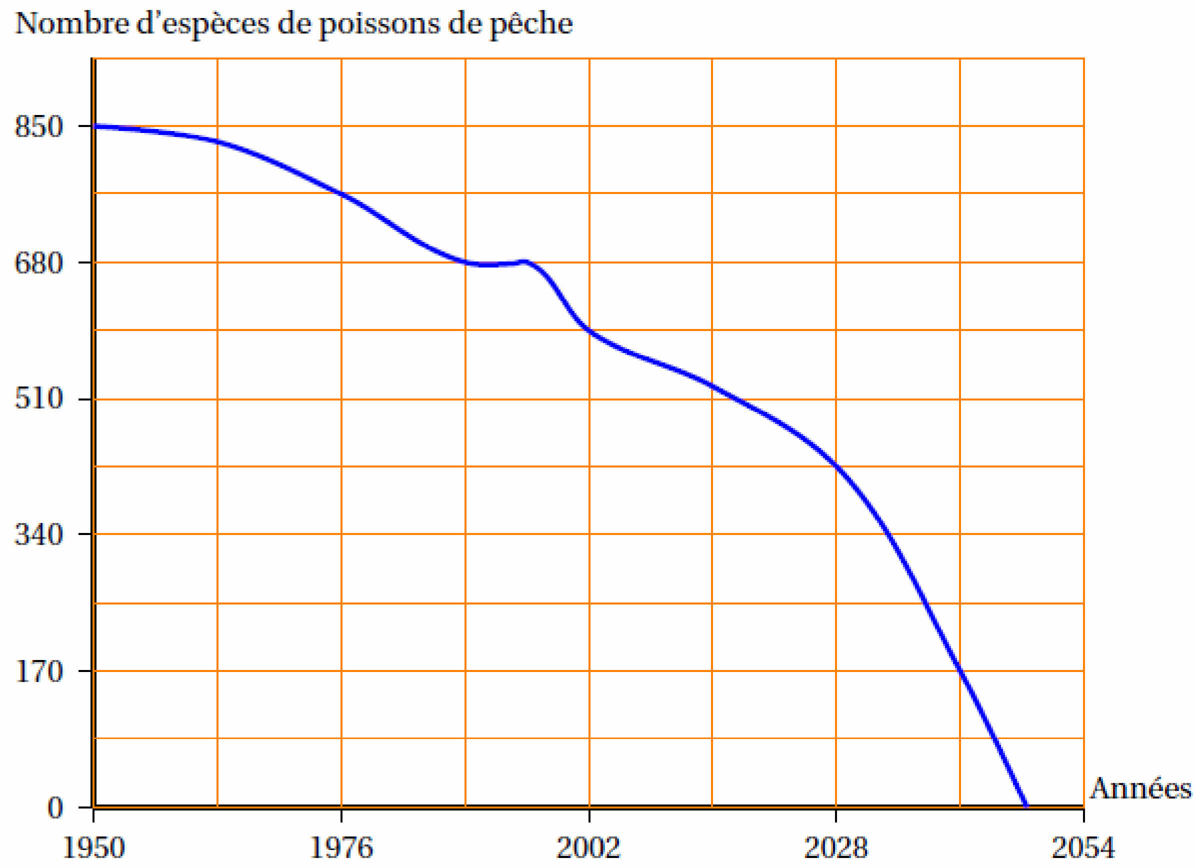
1) Expliquer pourquoi il devra effectuer deux allers-retours pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison. **1,5 pt**

2) Quel sera le coût total du transport ? **3 pts**

3) Les tarifs de location du fourgon sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour? Justifier. **1,5 pt**

EXERCICE N°5 (3 pts)

Voici un extrait d'article trouvé dans une revue scientifique : « Si l'Homme ne change pas son comportement de pollueur, il n'y aura plus aucun poisson à l'état sauvage dans les océans. »



Le graphique ci-dessus donne la courbe représentative d'une fonction *f* qui prévoit l'évolution des espèces restantes de poissons trouvées en mer.

D'après le graphique : ***<u>(il faut écrire les réponses sur votre copie)</u>***

1) Déterminer le nombre d'espèces restantes de poissons en 2028. **1 pt**

2) En quelle année restait-il 595 espèces de poissons ? **1 pt**

3) Donner une estimation de l'année de disparition prévue de toutes les espèces de poissons de pêche. **1 pt**

<u>EXERCICE N°6 (3 pts)</u>

On a relevé le nombre de médailles gagnées par les sportifs calédoniens lors des jeux du Pacifique.
Voici les résultats regroupés à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E
1	Années des Jeux du Pacifique	Nombres de médailles d'or	Nombre de médailles d'argent	Nombre de médailles de bronze	Total
2	1963	7	9	11	27
3	1966	39	30	30	99
4	1969	36	20	21	77
5	1971	33	32	27	92
6	1975	37	31	34	102
7	1979	33	43	26	102
8	1983	24	20	19	63
9	1987	82	48	38	168
10	1991	29	29	27	85
11	1995	82	57	43	182
12	1999	73	55	44	172
13	2003	93	73	74	240
14	2007	90	69	68	227
15					
16	Total :	658	516	462	1 636
17					
18	Moyennes :	51	40	36	126

1) Quelle formule a-t-on écrite en E2 pour obtenir 27 ? **1 pt**

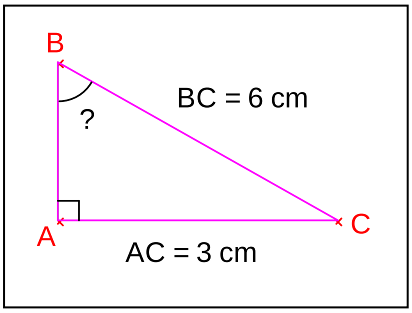
2) Quelle formule a-t-on écrite en B16 pour obtenir 658 ? **1 pt**

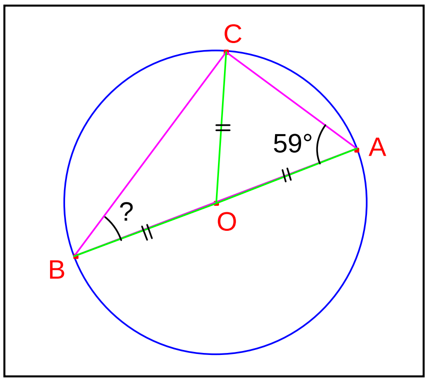
3) Quelle formule a-t-on écrite en B18 pour calculer la moyenne des médailles d'or obtenues sur ces 13 années ? **1 pt**

<u>EXERCICE N°7 (4,5 pts)</u>

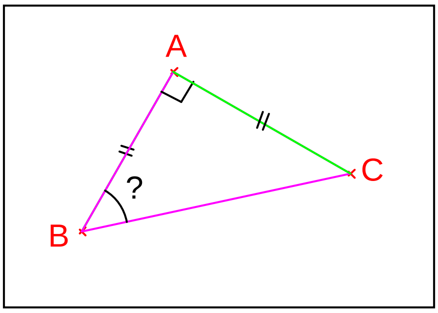
Trois figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur. Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Justifier chaque réponse.

Figure 1 : 1,5 pt **Figure 2 : 2 pts** **Figure 3 : 1 pt**





[AB] est un diamètre du cercle de centre O.



EXERCICE N°8 (6,5 pts)

Chacune des quatre affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ?
On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
On justifie à l'aide d'un calcul et on peut s'aider de schémas.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.
Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Affirmation 1 : Pour tout nombre *a*, on a : $(2a+3)^2 = 4a^2+9$. **1 pt**

Affirmation 2 :
Dans un club sportif les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans. **2 pts**

Affirmation 3 :
Deux figures ayant le même périmètre ont la même aire. **1,5 pt**

Affirmation 4 :
Pour n'importe quel nombre entier *n*, $(n+1)^2-(n-1)^2$ est un multiple de 4. **2 pts**

CORRECTION DU BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES (JANVIER 2014)

EXERCICE N°1 (4 pts)

1)1 045 : 76 = 13,75. **(0,5pt)**
Comme 13,75 n'est pas un nombre entier alors Flavien ne peut faire 76 sachets. **(0,5pt)**

2) Le nombre maximal de sachets (ayant la même répartition et en utilisant toutes les dragées) que peut réaliser Flavien est le plus grand diviseur commun à 1 045 et 760. **(0,5pt)**
On peut utiliser l'algorithme d'Euclide **(0,5pt)** pour calculer le PGCD de 1 045 et 760 :
1 045 = 760 × 1 + 285
760 = 285 × 2 + 190
285 = 190 × 1 + 95
190 = 95 × 2 + 0
Donc PGCD (1 045 ; 760) = 95 **(0,5pt)**
Flavien peut réaliser au maximum 95 sachets. **(0,5pt)**

3) 1 045 : 95 = 11 et 760 : 95 = 8 **(0,5pt)**
Chaque sachet comporte 11 dragées aux amandes et 8 dragées au chocolat. **(0,5pt)**

EXERCICE N°2 (5 pts)

1) Dans le triangle MNP rectangle en P **(0,5pt)** (hypoténuse [MN]), on utilise le théorème de Pythagore **(0,5pt)**:
$MN^2 = NP^2 + MP^2$
$MN^2 = 52^2 + 39^2$
$MN^2 = 2704 + 1521$
$MN^2 = \underline{4225}$
$MN = \sqrt{4225}$ **(0,5pt)**
MN = 65 mm

2) On sait que le côté le plus long du triangle MNR est [MN]
On compare : $MR^2 + NR^2$ et MN^2 :
D'une part : $MR^2 + NR^2 = 25^2 + 60^2 = 625 + 3600 = 4225$ **(0,5pt)**
D'autre part : $MN^2 = 65^2 = 4225$ **(0,5pt)**
On constate que : $MR^2 + NR^2 = MN^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore **(0,5pt)**, le triangle MNR est rectangle en R. **(0,5pt)**

3) Construction du triangle MNP : **(1pt)**
Construction du point R : **(0,5pt)**

EXERCICE N°3 (7 pts)

1) 6 + 5 = 11 **(0,5pt)**. Il y a 11 boules vertes et blanches.
D'après l'énoncé, il y a « 50% de chances de tirer une boule rouge » donc il y a autant de boules rouges que de boules d'autres couleurs. Il y a donc 11 boules rouges dans l'urne **(1pt)**.

2) Les multiples de 3 compris entre 1 et 8 sont 3 et 6. **(0,5pt)**
On appelle M l'événement : « Obtenir un multiple de 3 »
La roue n'étant pas truquée, la situation est équiprobable et donc :
$P(M) = \frac{2}{8}$ **(0,5pt)** c'est-à-dire $\frac{1}{4}$ ou 0,25 ou 25%. La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\frac{1}{4}$. **(0,5pt)**

3) On appelle R l'événement : « tirer une boule rouge ». D'après 1) :
P(R) = 50% **(0,5pt)** c'est-à-dire $\frac{1}{2}$ ou 0,5.

On appelle G l'événement : « gagner le gros lot ».
$P(G) = P(R) \times P(M) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ **(1pt)** La probabilité que Pierre gagne le gros lot est $\frac{1}{8}$ ou 0,125. **(0,5pt)**

4) On appelle V l'événement : « tirer une boule verte » : $P(V) = \frac{6}{22} = \frac{3}{11}$ **(0,5pt)**

On appelle S l'événement : « la roue s'arrête sur le 7 » : P(S) = $\frac{1}{8}$ **(0,5pt)**

On appelle L l'événement : « gagner un petit lot » : P (L) = $\frac{3}{11} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{88}$ **(1pt)**

La probabilité de gagner un petit lot est $\frac{3}{88}$.

EXERCICE N°4 (6 pts)

1) La charge pouvant être transportée est de 1,7 tonne. Il devra effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison, car le poids des 300 parpaings est de :
300×10 =3000 kg =3 tonnes. **(1,5pt)**
De plus, si l'on met :
• 5 parpaings dans la longueur, on obtient : 5×50 = 250 cm et 250 cm < 2,60 m
• 9 parpaings dans la hauteur, on obtient : 9×20 = 180 cm et 180 cm < 1,84 m
• 15 parpaings dans la largeur, on obtient : 15×10 = 150 cm et 150 cm < 1,56 m
On peut mettre 9×5×15 = 675 parpaings en volume dans le fourgon.
Donc on peut évidemment mettre 150 parpaings à chaque voyage.

2) Coût total du transport :
• 2 allers-retours : (2×10)×2 = 40 km **(0,5pt)**, donc le tarif de la location sera de 55 €. **(0,5pt)**
• carburant : le fourgon faisant du 8 litre aux 100 km, pour parcourir 40 km, il consommera :
8×40 : 100 = 3,2 litres **(0,5pt)**. Le coût du carburant est de : 3,2×1,5 = 4,80 €. **(0,5pt)**
55 + 4,8 = 59,80 **(0,5pt)**. Donc le coût total du transport est de 59,80 €. **(0,5pt)**

3) Les tarifs de location du fourgon ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée par jour**(0,5pt)** car : 30 : 48

= 0,625 et 50 : 55 ≃ 0,909 **(1pt)**

ou bien on ne paye pas 122€ (2×61) pour effectuer 200km (2×100) ou bien ...

EXERCICE N°5 (3 pts)

1) Le nombre d'espèces restantes de poissons en 2 028 est 425. **(1pt)**

2) Il restait 595 espèces de poissons en 2 002. **(1pt)**

3) L'année de disparition prévue de toutes les espèces de poissons de pêche est environ :
toute réponse comprise entre 2 046 et 2 049 **(1pt)**

EXERCICE N°6 (3 pts)

1) On a écrit la formule : **=B2+C2+D2** ou **=SOMME(B2:D2)** ou **=SOMME(B2;C2;D2)** **(1pt)**
2) On a écrit la formule : **=B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11+B12+B13+B14** **(1pt)**
ou **=SOMME(B2:B14)** ou **=SOMME(B2;B3;B4;B5;B6;B7;B8;B9;B10;B11;B12;B13;B14)**

3) On a écrit la formule : **=B16/13 ou** ou **=MOYENNE(B2:B14)**
ou =**MOYENNE(B2;B3;B4;B5;B6;B7;B8;B9;B10;B11;B12;B13;B14)** **(1pt)**

Remarques :
658 : 13 n'est pas une formule (sans le signe = c'est même du texte)

La formule exacte est : **=ARRONDI(B16/13;0)** car 658 : 13 ≃ 50,6

EXERCICE N°7 (4,5 pts)

Figure 1 : Dans le triangle ABC rectangle en A **(0,5pt)**, on a : sin $\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$ **(0,5pt)**

Donc : sin $\widehat{B} = \frac{3}{6}$ Donc : $\widehat{B} = 30°$ **(0,5pt)**

Figure 2 : On sait que le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AB].
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle. **(0,5pt)**
Donc le triangle ABC est rectangle en C. **(0,5pt)**
Dans ce même triangle, la somme des mesures des trois angles vaut 180°, donc : $\widehat{B} = 180 - (90 + 59)$
(0,5pt) pour la propriété ou le calcul
Donc $\widehat{B} = 31°$. **(0,5pt)**

Figure 3 : Le triangle ABC a deux côtés de même longueur (AB = AC) donc il est isocèle en A.
Le triangle ABC est donc **un triangle rectangle et isocèle en A** **(0,5pt)** et donc ses angles à sa base mesurent chacun 45°. Donc $\widehat{B} = 45°$. **(0,5pt)**

EXERCICE N°8 (6,5 pts)

Affirmation 1 : $(2a + 3)^2 = (2a)^2 + 2\times2a\times3 + 3^2$ donc : $(2a + 3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$ **(0,5pt)**
Donc l'affirmation 1 est fausse. **(0,5pt) pour la réponse si le calcul est juste.**

Affirmation 2 :

« les trois quarts des adhérents sont majeurs » : $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ donc le quart des adhérents sont majeurs. **(0,5pt)**
« le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans » : $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ donc les deux tiers des adhérents majeurs ont entre 18 et 25 ans **(0,5pt)**d'où : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ **(0,5pt)**donc un sixième des adhérents a entre 18 et 25 ans.
Donc l'affirmation 2 est vraie. **(0,5pt) pour la réponse si le calcul est juste.**

Affirmation 3 : L'affirmation est fausse **(0,5pt)** et plusieurs exemples sont possibles :
_ Un rectangle de dimensions 3 cm et 10 cm a un périmètre de 26 cm (3+10+3+10) et une aire de 30 cm^2 (3×10)
_ Un carré de coté 5 cm : P = 20 cm **(0,5pt)** et A = 25 cm^2**(0,5pt)** , ...

Affirmation 4 : $(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$ **(0,5pt)**
$= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1$ **(0,5pt)**
$= 4n$ **(0,5pt)**
Donc l'affirmation 4 est vraie. **(0,5pt)**