2nde 10	DS n° 3 - Les fonctions	samedi 23 novembre 2013

La calculatrice est autorisée.

Question de cours : *2 pts*

Compléter (sur cette feuille)

- On dit que a est un antécédent de b par la fonction f lorsque $f(\ldots) = \ldots$
- On dit que f est décroissante sur un intervalle I lorsque pour tous réels
  …………………………………………………………
- On dit que f admet un minimum sur I lorsqu'il existe un réel a de I tel que pour tout réel x *de I ,* on a : …………………

Exercice 1 *3,5 pts*

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;4[\cup]4;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{3x+2}{x-4}.$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

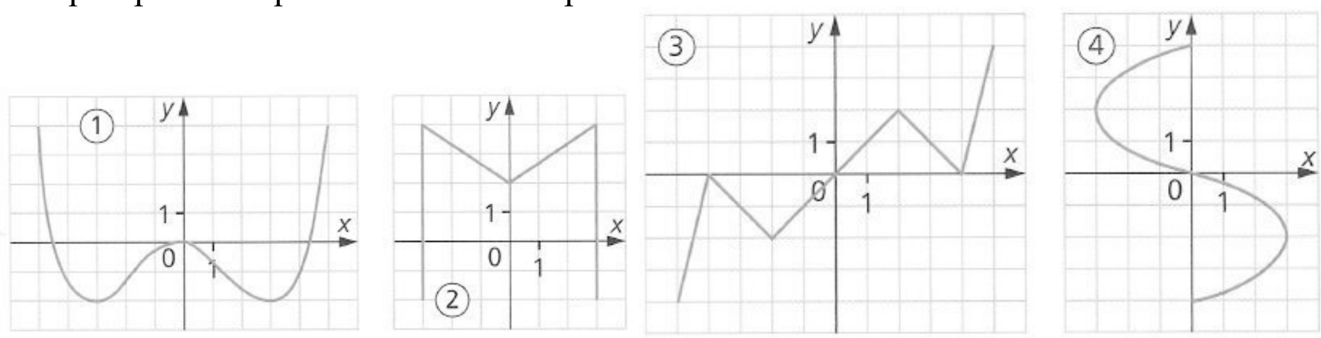
1. Les points suivants sont-ils situés sur $\mathscr{C}$?

- $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$
- $N(15;\ 4{,}27)$
- $P\left(\frac{1}{3};\ \frac{-9}{11}\right)$

2. Démontrer que $\mathscr{C}$ admet un seul point d'ordonnée 10. Lequel ?

Exercice 2 *3 pts*

Indiquer pour chaque courbe si elle représente une fonction. Justifier.



Exercice 3 *4 pts*

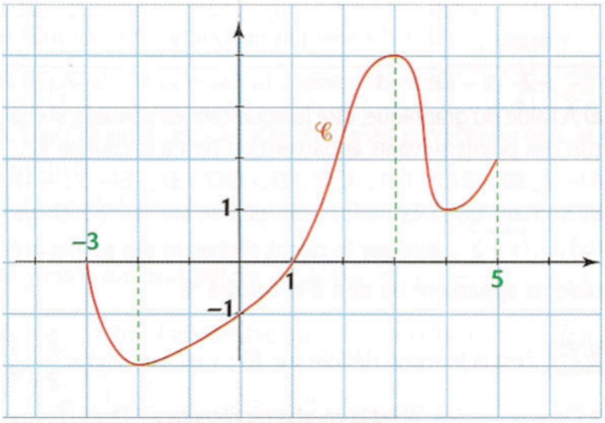
On considère l'algorithme suivant :

> Entrée :
>   Saisir X
> Traitement :
> A prend la valeur $X+1$
> B prend la valeur A^2
> Y prend la valeur $B-X^2$
> Sortie :
>   Afficher Y

a) Que donne l'algorithme avec $X = -5$?
b) Quelle est la fonction décrite par cet algorithme ?
c) Que choisir pour X pour que Y soit égal à 15 ?

Exercice 4 *4,5 pts*

Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentant une fonction f : $x \mapsto f(x)$ définie sur $[-3~;~5]$.



a) Sur quels intervalles la fonction f est-elle croissante ? décroissante ?
b) Dresser le tableau de variation de f.
c) Quel est le minimum de f sur chacun des intervalles :
$[-3~;~5]$; $[0~;~5]$; $[0~;~3]$?
Pour quelle valeur de x est-il atteint ?
d) Quel est le maximum de f sur $[-3~;~5]$? sur $[4~;~5]$?
Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 5 *3 pts*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$$

Programmer cette fonction à la calculatrice.
Choisir la fenêtre $X \in [-4{,}7;4{,}7]$ et $Y \in [-6;6]$ pour visualiser la courbe $\mathscr{C}_f$.

1. a) A l'aide de la touche TRACE , trouver pour quelle valeur entière α la fonction f semble admettre un maximum.
   b) Calculer $M = f(\alpha)$. Puis démontrer que pour tout réel x, $M - f(x) \geq 0$. Conclure.
2. a) D'après la courbe et la touche TRACE , quelles semblent être les antécédents de 0 ?
   (Se déplacer vers la droite avec la touche ▶).

Exercice 4 4 pts

Construire la courbe d'une fonction f en tenant compte de **toutes** les informations suivantes :

- f est définie sur $[-8;4]$;
- f est décroissante sur $[-8;0]$ et sur $[1;2]$. Elle est croissante sur $[0;1]$ et sur $[2;4]$.
- 0 a pour image 5 et la courbe passe par le point A(10 ; 6) ;
- f est croissante sur $[-8;-1]$, décroissante sur $[-1;4]$ et croissante sur $[4;8]$;
- le minimum de f sur $[-8;+\infty[$ est –2 atteint en 4, $f(-8) = 1$ et $f(-1) = 6$;
- les antécédents de 3 par f sont : -5 ; 1 et 9 ;
- la courbe traverse l'axe des abscisses en 2 et en 7 ;
- pour tout réel $x > 2$, on a $f(x)<7$.

Exercice 5 5 pts

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$$

Programmer cette fonction à la calculatrice.

Choisir la fenêtre $X \in [-4,7;4,7]$ et $Y \in [-6;6]$ pour visualiser la courbe $\mathscr{C}_f$.

1. a) A l'aide de la touche TRACE, trouver pour quelle valeur entière α la fonction f semble admettre un maximum.

b) Calculer $M = f(\alpha)$. Puis démontrer que pour tout réel x, $M - f(x) \geq 0$. Conclure.

2. a) D'après la courbe et la touche TRACE, quelles semblent-être les solutions de l'équation $f(x) = 0$?

(Se déplacer vers la droite avec la touche ▶).

b) Montrer que $f(x) = \frac{(x+2)(6-x)}{4}$. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$.