Exercice 1 — *4 pts*

1. On développe :

$A(x)=(7-5x)^2+(1-x)^2$

$A(x)=49-70x+25x^2+1-2x+x^2$ *(0,75 pt)*

$\boxed{A(x)=26x^2-72x+50}$

$B(x)=\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)$ avec $x\geq 0$

$B(x)=\left(\sqrt{x}\right)^2-2^2$ *(0,75 pt)*

$\boxed{B(x)=x-4}$

2. On factorise :

$C(x)=(x+3)(2x-5)-(x+3)^2$

$C(x)=(x+3)[(2x-5)-(x+3)]$

$C(x)=(x+3)(2x-5-x-3)$

$\boxed{C(x)=(x+3)(x-8)}$

(0,75 pt)

$D(x)=x^2-10x+25+3(x-5)$

$D(x)=(x-5)^2+3(x-5)$

$D(x)=(x-5)(x-5+3)$

$\boxed{D(x)=(x-5)(x-2)}$

(1pt)

$E(x)=x^3+2x^2+x$

$E(x)=x\left(x^2+2x+1\right)$

$\boxed{E(x)=x(x+1)^2}$

(0,75 pt)

Exercice 2 — *4 pts*

a) $2x-1+3(2-x)=4x-1$.

Cette équation équivaut successivement à :

$2x-1+6-3x=4x-1$

$6=5x$

$x=\dfrac{6}{5}$ *(1 pt)*

$\boxed{S=\left\{\dfrac{6}{5}\right\}}$

b) $25-(1-x)^2=0$

Cette équation équivaut successivement à :

$5^2-(1-x)^2=0$

$(5+1-x)(5-1+x)=0$

$(6-x)(4+x)=0$

$6-x=0$ ou $4+x=0$ *(1 pt)*

$x=6$ ou $x=-4$

$\boxed{S=\{-4;6\}}$

c) $10x-4=(5x-2)(x-1)$

Cette équation équivaut successivement à :

$2(5x-2)-(5x-2)(x-1)=0$

$(5x-2)[2-(x-1)]=0$

$(5x-2)(2-x+1)=0$

$(5x-2)(-x+3)=0$ *(1 pt)*

$5x-2=0$ ou $-x+3=0$

$x=\dfrac{2}{5}$ ou $x=-3$

$\boxed{S=\left\{-3;\dfrac{2}{5}\right\}}$

d) $\dfrac{4}{x^2-1}=\dfrac{1}{2}$

Condition : $x^2-1\neq 0$ c'est à dire $x\neq -1$ et $x\neq 1$

On utilise l'égalité des produits en croix :

$x^2-1=2\times 4$

$x^2=9$

$x=-3$ ou $x=3$ *(1 pt)*

$\boxed{S=\{-3;3\}}$

Exercice 3 *4 pts*

$f(x)=3(x-1)^2-27$ sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x)=3(x^2-2x+1)^2-27$

$f(x)=3x^2-6x+3-27$ *(0,5 pt)*

$\boxed{f(x)=3x^2-6x-24}$

2.

$f(x)=3(x-1)^2-27$

$f(x)=3\left[(x-1)^2-9\right]$

$f(x)=3\left[(x-1)^2-3^2\right]$ *(0,75 pt)*

$f(x)=3(x-1+3)(x-1-3)$

$\boxed{f(x)=3(x+2)(x-4)}$

3. a) $f(-2)=3(-2+2)(-2-4)=0$

$f\left(\sqrt{2}+1\right)=3\left(\sqrt{2}+1-1\right)^2-27=3\left(\sqrt{2}\right)^2-27=3\times 2-27=\boxed{-21}$ *(1 pt)*

b) $f(x)=0 \Leftrightarrow 3(x-4)(x+2)=0$

$\Leftrightarrow x-4=0$ ou $x+2=0$

$\Leftrightarrow x=4$ ou $x=-2$ *(0,75 pt)*

$\boxed{S=\{-2;4\}}$

c) $f(x)=27 \Leftrightarrow 3(x-1)^2-27=27$

$\Leftrightarrow 3(x-1)^2=54$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=18$

$\Leftrightarrow x-1=\sqrt{18}$ ou $x-1=-\sqrt{18}$ *(1 pt)*

$\Leftrightarrow x=1+\sqrt{18}$ ou $x=1-\sqrt{18}$

$\boxed{S=\left\{1-\sqrt{18};1+\sqrt{18}\right\}}$

Exercice 4 *3 pts*

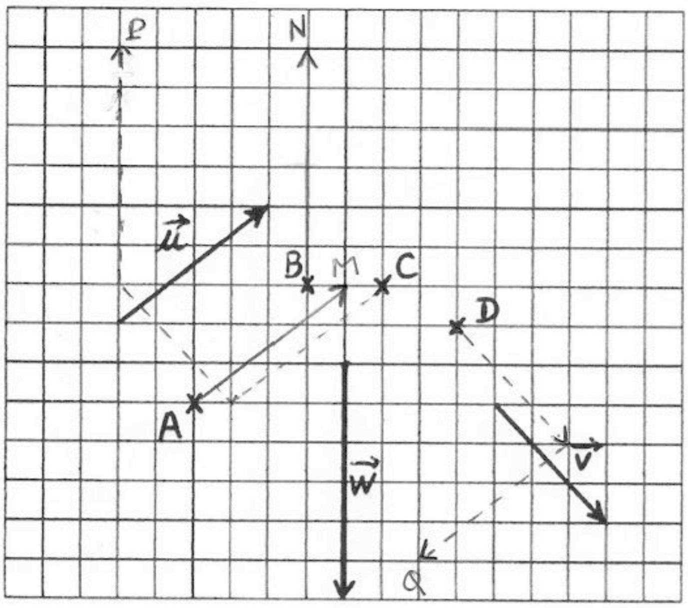
$\overrightarrow{AM} = \vec{u}$

$\overrightarrow{BN} = -\vec{w}$

$\overrightarrow{PC} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ donc $\overrightarrow{CP} = -\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$

$\overrightarrow{QD} = -\vec{v} + \vec{u}$ donc $\overrightarrow{DQ} = \vec{v} - \vec{u}$

(4x0,75 pts)



Exercice 5 *5 pts*

1.

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{AL}$;

$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. *(4 x 0,25 pt)*

$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{DK}$ donc le quadrilatère IBKD est un parallélogramme. *(0,5 pt)*

2. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LA} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AO} = \boxed{\overrightarrow{KO}}$

$\overrightarrow{AO} - \left(\overrightarrow{LK} + \overrightarrow{LA}\right) = \overrightarrow{AO} - \left(\overrightarrow{LO}\right) = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OL} = \boxed{\overrightarrow{AL}}$

$\left(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{CI}\right) - \left(\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{LA}\right) = \left(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KA}\right) - \left(\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KO}\right) = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{JO} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OJ} = \boxed{\overrightarrow{OI}}$

$\left(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CK}\right) - \left(\overrightarrow{CJ} - \overrightarrow{DK}\right) = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OK} = \boxed{\overrightarrow{DK}}$

(0,5 +1+1+1)

