Question de cours : *2 pts*

- On dit que a est un antécédent de b par la fonction f lorsque $f(a) = \text{b}$ *(0,5 pt)*
- On dit que f est décroissante sur un intervalle I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, on a : $f(a) \geq f(b)$. *(1 pt)*
- On dit que f admet un minimum sur I lorsqu'il existe un réel a de I tel que pour tout réel x *de I*, on a : $f(x) \geq f(a)$. *(0,5 pt)*

Exercice 1 *3,5 pts*

$f(x) = \dfrac{3x+2}{x-4}$ sur $]-\infty;4[\cup]4;+\infty[$.

1.

- $f(0) = \dfrac{3\times 0+2}{0-4} = \dfrac{2}{-4} = -\dfrac{1}{2} \neq \dfrac{1}{2}$ donc $M \notin \mathscr{C}$
- $f(15) = \dfrac{3\times 15+2}{15-4} = \dfrac{47}{11} \neq 4{,}27$ donc $N \notin \mathscr{C}$ *(2,25 pt)*
- $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{3\times\dfrac{1}{3}+2}{\dfrac{1}{3}-4} = \dfrac{3}{-\dfrac{11}{3}} = -3\times\dfrac{3}{11} = -\dfrac{9}{11}$ donc $P \in \mathscr{C}$

2. On résout l'équation : $f(x) = 10$ c'est à dire $\dfrac{3x+2}{x-4} = 10$

$3x+2 = 10(x-4)$ avec $x \neq 4$

$3x+2 = 10x-40$

$42 = 7x$ d'où $x = \dfrac{42}{7}$ d'où $\boxed{x=6}$

$\mathscr{C}$ admet un seul point d'ordonnée 10, son abscisse est 6. *(1,25 pt)*

Exercice 2 *3 pts*

Au 1. et 3. : La courbe représente une fonction car tous les points ont des abscisses différentes. *(1,5 pt)*

Au 2. et 4. : La courbe ne représente pas une fonction car il y a plusieurs points avec la même abscisse. *(1,5 pt)*

Exercice 3 *4 pts*

a) Avec X= -5.

$A = -5+1 = -4$

$B = (-4)^2 = 16$

$Y = 16-(-5)^2 = 16-25 = -9$

En sortie : on obtient Y= -9. *(1,5 pt)*

b) $Y = (X+1)^2 - X^2 = X^2+2X+1-X^2 = 2X+1$

Cet algorithme décrit la fonction : $X \mapsto 2X+1$. *(1,5 pt)* c)

$Y=15$ correspond à $2X+1=15$ *(1 pt)*

soit X=7

Exercice 4 *4,5 pts*

a) La fonction *f* est croissante sur $[-2;3]$ et sur $[4;5]$.

La fonction *f* est décroissante sur $[-3;-2]$ et sur $[3;4]$. *(1 pt)*

b)

x	-3	-2	3	4	5
$f(x)$	0 ↘	-2 ↗	4 ↘	1 ↗	2

(1 pt)

c) La fonction *f* admet un minimum de -2 sur $[-3;5]$ atteint en x = -2.

La fonction *f* admet un minimum de -1 sur $[0;5]$ atteint en x = 0. *(1,5 pt)*

La fonction *f* admet un minimum de -1 sur $[0;3]$ atteint en x =0.

d) La fonction *f* admet un maximum de 4 sur $[-3;5]$ atteint en $x = 3$.

La fonction *f* admet un maximum de 2 sur $[4;5]$ atteint en $x = 5$. *(1 pt)*

Exercice 5 *3 pts*

$f(x)=-\frac{1}{4}x^2+x+3$ sur $\mathbb{R}$.

1. a) D'après la calculatrice, le point le plus haut de la courbe a pour coordonnées (2 ; 4)

f semble admettre un maximum pour $\boxed{\alpha=2}$. *(0,5 pt)*

b) $M=f(2)=-\frac{1}{4}\times 2^2+2+3=-1+5=\boxed{4}$

Pour tout réel *x*,

$$4-f(x)=4-\left(-\frac{1}{4}x^2+x+3\right)=4+\frac{1}{4}x^2-x-3=\frac{1}{4}x^2-x+1$$

$$4-f(x)=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\times\frac{1}{2}x\times 1+1^2=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2.$$

Un carré est toujours positif donc $4-f(x)\geq 0$

Pour tout réel x, $4\geq f(x)$. *f* admet un maximum de 4 atteint en x = 2. *(1,75 pt)*

2. D'après la calculatrice, la courbe semble couper (Ox) en -2 et 6. *(0,75 pt)*
0 semble avoir deux antécédents par *f* qui sont – 2 et 6.