BREVET BLANC

MAI 2012

MATHEMATIQUES

COLLEGE STANISLAS-NICE

Durée de l'épreuve : 2 h 00

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'annexe page 6/6 est à détacher et à rendre avec votre copie.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Activités numériques	12 points
Activités géométriques	12 points
Problème	12 points
Qualité de rédaction et présentation	4 points

ACTIVITES NUMERIQUES : 12 points

Exercice 1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.
Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1.	$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
2.	L'écriture scientifique de 0,000 054 9 est :	5,49	549×10^{7}	$5{,}49 \times 10^{-5}$
3.	Le nombre $(5\sqrt{2})^2$ est égal à :	10	50	100
4.	La forme factorisée de $(x+1)^2 - 9$ est :	$(x-2)(x+4)$	x^2+2x-8	$(x-8)(x+10)$
5.	$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$. L'image de – 3 par f est :	36	- 36	- 6

Exercice 2 :

Le professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant.
Leslie calcule le produit du troisième nombre par le double du premier.
Jonathan calcule le carré du deuxième nombre puis il ajoute 2 au résultat obtenu.

1. Leslie a écrit le calcul suivant : $11 \times (2 \times 9)$
Jonathan a écrit le calcul suivant : $10^2 + 2$
a. Effectuer les calculs précédents.
b. Quels sont les trois entiers choisis par le professeur ?

2. Le professeur choisit maintenant trois nouveaux entiers. Leslie et Jonathan obtiennent alors tous les deux le même résultat.
a. Le professeur a-t-il choisi 6 comme deuxième nombre ?
b. Le professeur a-t-il choisi –7 comme deuxième nombre ?
c. Arthur prétend qu'en prenant pour inconnue le deuxième nombre entier (qu'il appelle n), l'équation $n^2 = 4$ permet de retrouver le ou les nombres choisis par le professeur.
A-t-il raison ? Expliquer votre réponse en expliquant comment il a trouvé cette équation, puis donner les valeurs possibles des entiers choisis.

Exercice 3 :

On a calculé, en colonne B, les valeurs prises par l'expression $x^2 + x - 2$ pour les valeurs de x inscrites en colonne A.

A	B
x	$x^2 + x - 2$
-5	18
- 4,5	13,75
- 4	10
- 3,5	6,75
- 3	4
- 2,5	1,75
-2	0
-1,5	- 1,25
-1	- 2
-0,5	- 2,25
0	- 2
0,5	- 1,25
1	0
1,5	1,75
2	4
2,5	6,75
3	10
3,5	13,75
4	18
4,5	22,75
5	28

On souhaite résoudre l'équation d'inconnue x : $x^2 + x - 2 = 4$.

1. Margot dit que le nombre 2 est solution. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

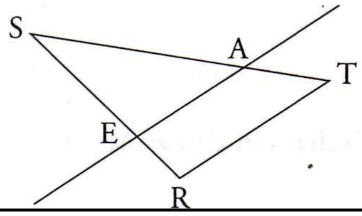
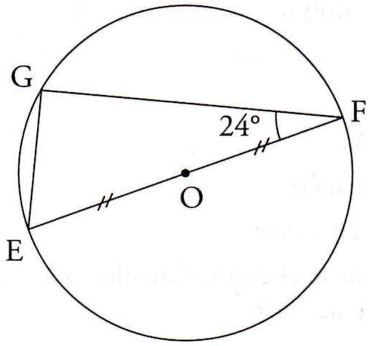
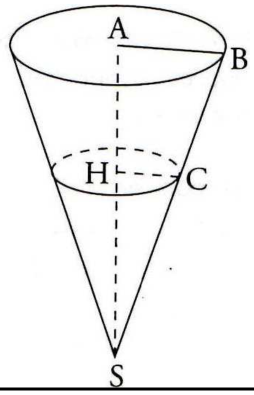
2. Léo pense que le nombre 18 est solution. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

3. Peut-on trouver une autre solution ? Justifier la réponse.

ACTIVITES GEOMETRIQUES : 12 points

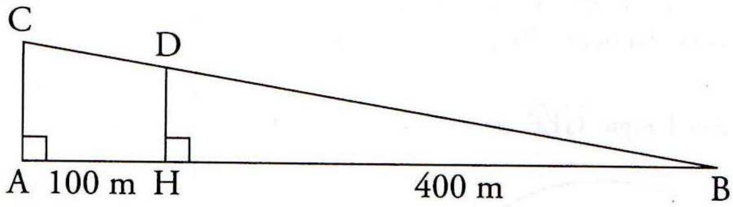
Exercice 1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.
Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1.	(RE) et (TA) se coupent en S. (RT) et (AE) sont parallèles. ST = 5 cm ; SA = 4 cm et SE = 3 cm. Alors la longueur RS est égale à : *La figure n'est pas à l'échelle.* 	3,75 cm	2,4 cm	0,266 cm
2.	Le point G est sur le cercle de centre O et de diamètre [EF]. $\widehat{EFG} = 24°$. La mesure de l'angle $\widehat{GEF}$ est égale à : 	90°	24°	66°
3.	Un cône de révolution a pour rayon AB = 10 cm et pour hauteur SA = 24 cm. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et qui passe par le point H de [SA] tel que SH = 18 cm. Le rayon HC de la section est : 	10 cm	7,5 cm	5 cm

Exercice 2 :

Un cycliste se trouve sur un chemin [CB]. On donne AH = 100 m, HB = 400 m et $\widehat{ABC} = 10°$.



La figure n'est pas à l'échelle.

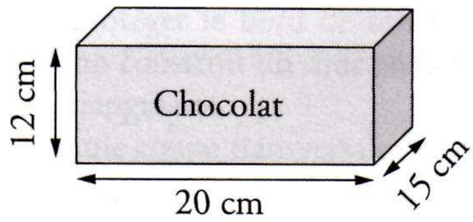
1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$.

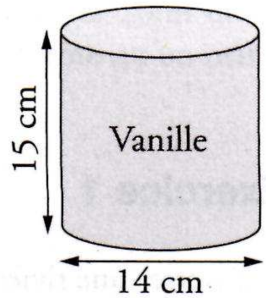
2. Calculer le dénivelé AC arrondi au mètre.

3. Calculer la longueur BC arrondie au mètre.

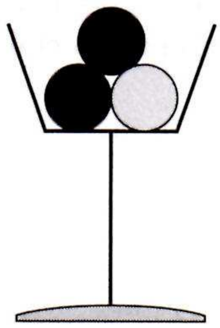
4. Le cycliste est arrêté au point D sur le chemin. Calculer la distance DB arrondie au mètre qu'il lui reste à parcourir.

Exercice 3 :





Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm. Le pot de glace au chocolat ayant une forme d'un parallélépipède rectangle, est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.
Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.



Rappels : $V_{cylindre} = \pi r^2 h$; $V_{boule} = \frac{4}{3} \pi r^3$.

1. a. Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm^3.
b. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'un pot de glace à la vanille.

2. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule contenue dans la coupe.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.*
Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

PROBLEME : 12 points

Le directeur d'un théâtre sait qu'il reçoit environ 500 spectateurs quand le prix d'une place est de 20 €.
Il a constaté que chaque réduction de 1 euro du prix d'une place attire 50 spectateurs de plus.
Toutes les parties sont indépendantes.

Première Partie.

1. Compléter le tableau 1 de l'Annexe 1.

2. On appelle x le montant de la réduction (en €). Compléter le tableau 2 de l'Annexe 1.

3. Développer l'expression de la recette obtenue à la question 2.

Deuxième Partie.

Le directeur de la salle souhaite déterminer le prix d'une place lui assurant la meilleure recette. Il utilise la fonction R donnant la recette (en €) en fonction du montant x de la réduction (en €).
Sa courbe représentative est donnée en annexe 2.
Par lecture graphique, répondre aux questions ci-dessous (on attend des valeurs approchées avec la précision permise par le graphique et on fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture) :

1. Quelle est la recette pour une réduction de 2 €?

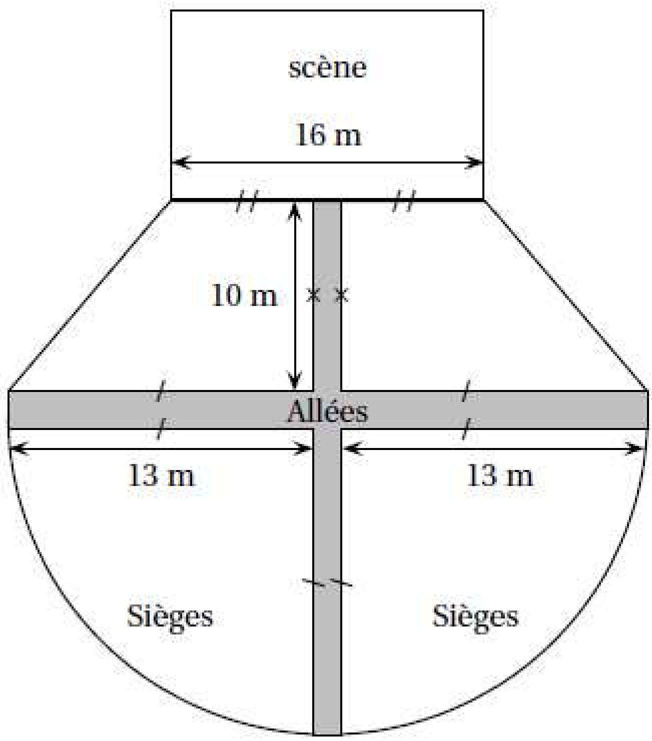
2. Quel est le montant de la réduction pour une recette de 4050 € ? Quel est alors le prix d'une place ?

3. Quelle est l'image de 8 par la fonction R ? Interpréter ce résultat pour le problème.

4. Quelle est la recette maximale ? Quel est alors le prix de la place ?

Troisième Partie.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.
La salle de spectacle a la forme ci-contre :
Les sièges sont disposés dans quatre zones : deux quarts de disques et deux trapèzes, séparées par des allées ayant une largeur de 2 m.
On peut placer en moyenne 1,8 sièges par m² dans la zone des sièges.
Calculer le nombre de places disponibles dans ce théâtre.



DOCUMENT REPONSE A RENDRE AVEC VOTRE COPIE
Numéro de candidat : ………………………………

Annexe 1

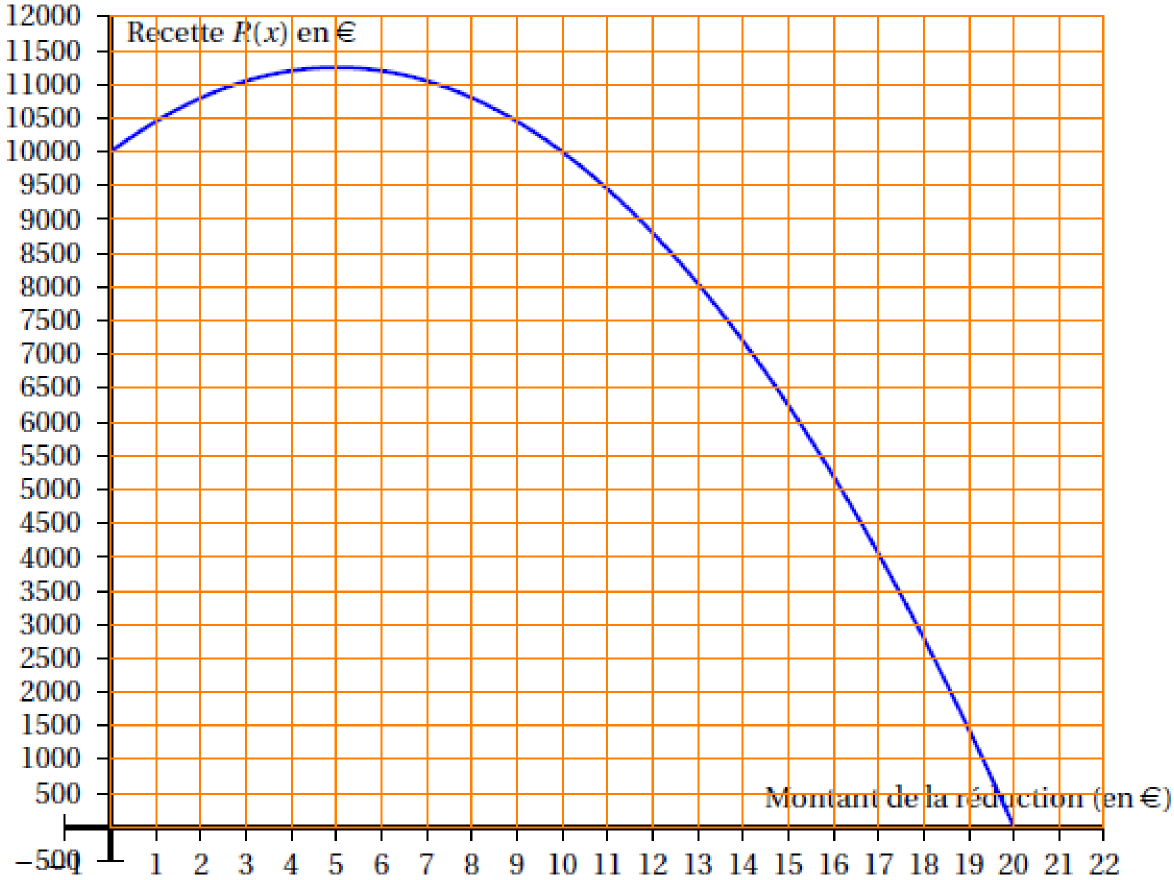
Tableau 1

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	20×500 = 10 000
1	19	……	…………….. = …………
……	……	600	…………….. = …………
……	16	……	…………….. = …………

Tableau 2

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
x	……	……	……

Annexe 2



CORRECTION

ACTIVITES NUMERIQUES : 12 points

Exercice 1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.
Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1.	$\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\times\frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
2.	L'écriture scientifique de 0,000 054 9 est :	5,49	549×10^{7}	$5{,}49\times10^{-5}$
3.	Le nombre $(5\sqrt{2})^2$ est égal à :	10	50	100
4.	La forme factorisée de $(x+1)^2-9$ est :	$(x-2)(x+4)$	x^2+2x-8	$(x-8)(x+10)$
5.	$f(x)=2x^2-5x+3$. L'image de – 3 par f est :	36	- 36	- 6

Exercice 2 :

Le professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant.
Leslie calcule le produit du troisième nombre par le double du premier.
Jonathan calcule le carré du deuxième nombre puis il ajoute 2 au résultat obtenu.

1. Leslie a écrit le calcul suivant : $11\times(2\times9)$
Jonathan a écrit le calcul suivant : 10^2+2
a. Effectuer les calculs précédents.
b. Quels sont les trois entiers choisis par le professeur ?

2. Le professeur choisit maintenant trois nouveaux entiers. Leslie et Jonathan obtiennent alors tous les deux le même résultat.
a. Le professeur a-t-il choisi 6 comme deuxième nombre ?
b. Le professeur a-t-il choisi –7 comme deuxième nombre ?
c. Arthur prétend qu'en prenant pour inconnue le deuxième nombre entier (qu'il appelle n), l'équation $n^2=4$ permet de retrouver le ou les nombres choisis par le professeur.
A-t-il raison ? Expliquer votre réponse en expliquant comment il a trouvé cette équation, puis donner les valeurs possibles des entiers choisis.

1) a) $11\times(2\times9)=11\times18=198$
$10^2+2=100+2=102$
b) Les trois entiers choisis par le professeur sont : 9, 10 et 11.

2) a) Si le professeur a choisi 6 comme deuxième nombre, le premier est alors 5 et le troisième 7.
calcul de Leslie : $7\times2\times5=70$
calcul de Jonathan : $6^2+2=36+2=38$
$38\neq70$, donc le professeur ne peut avoir choisi 6 comme deuxième nombre.
b) Si le professeur a choisi -7 comme deuxième nombre, le premier est alors -8 et le troisième -6.
calcul de Leslie : $-6\times2\times(-8)=96$
calcul de Jonathan : $(-7)^2+2=49+2=51$
$96\neq51$, donc le professeur ne peut avoir choisi -7 comme deuxième nombre.
c) Les 3 nombres consécutifs sont alors n - 1, n et n + 1.

CORRECTION

calcul de Leslie : $(n + 1)\times 2\times(n - 1) = 2(n^2 - 1) = 2n^2 - 2$
calcul de Jonathan : $n^2 + 2$
On a donc $2n^2 - 2 = n^2 + 2$
Soit $n^2 = 4$
Arthur a donc raison.
Les solutions de cette équation sont -2 et 2.
Les valeurs possibles pour les entiers choisis sont donc :
-3 ;-2 ;-1 ou 1 ;2 ;3

<u>Exercice 3 :</u>

On a calculé, en colonne B, les valeurs prises par l'expression $x^2 + x - 2$ pour les valeurs de x inscrites en colonne A.

A	B
x	$x^2 + x - 2$
- 5	18
- 4,5	13,75
- 4	10
- 3,5	6,75
- 3	4
- 2,5	1,75
- 2	0
- 1,5	- 1,25
- 1	- 2
- 0,5	- 2,25
0	- 2
0,5	- 1,25
1	0
1,5	1,75
2	4
2,5	6,75
3	10
3,5	13,75
4	18
4,5	22,75
5	28

On souhaite résoudre l'équation d'inconnue x : $x^2 + x - 2 = 4$.

1. Margot dit que le nombre 2 est solution. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

2. Léo pense que le nombre 18 est solution. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

3. Peut-on trouver une autre solution ? Justifier la réponse.

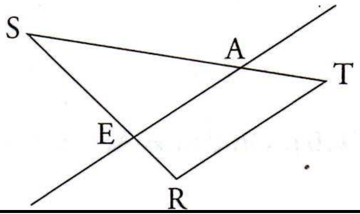
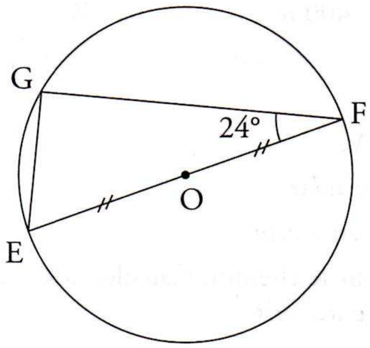
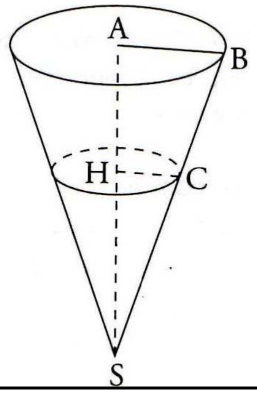
1) $2^2 + 2 - 2 = 4$ donc 2 est bien solution.
2) $18^2 + 18 - 2 = 340 \neq 4$ donc 18 n'est pas solution.
3) -3 est une autre solution car $(-3)^2 + (-3) - 2 = 9 - 5 = 4$

CORRECTION

ACTIVITES GEOMETRIQUES : 12 points

Exercice 1 :

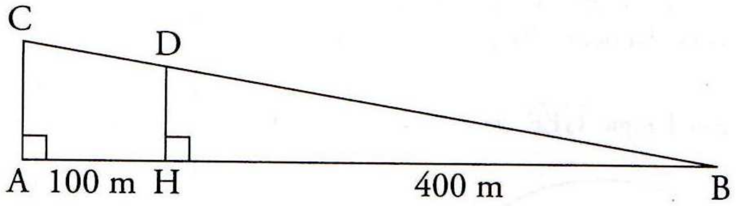
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.
Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1.	(RE) et (TA) se coupent en S. (RT) et (AE) sont parallèles. ST = 5 cm ; SA = 4 cm et SE = 3 cm. Alors la longueur RS est égale à : *La figure n'est pas à l'échelle.*  	3,75 cm	2,4 cm	0,266 cm
2.	Le point G est sur le cercle de centre O et de diamètre [EF]. $\widehat{EFG} = 24°$. La mesure de l'angle $\widehat{GEF}$ est égale à :  	90°	24°	66°
3.	Un cône de révolution a pour rayon AB = 10 cm et pour hauteur SA = 24 cm. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et qui passe par le point H de [SA] tel que SH = 18 cm. Le rayon HC de la section est :  	10 cm	7,5 cm	5 cm

CORRECTION

Exercice 2 :

Un cycliste se trouve sur un chemin [CB]. On donne AH = 100 m, HB = 400 m et $\widehat{ABC}$ = 10°.



La figure n'est pas à l'échelle.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$.

2. Calculer le dénivelé AC arrondi au mètre.

3. Calculer la longueur BC arrondie au mètre.

4. Le cycliste est arrêté au point D sur le chemin. Calculer la distance DB arrondie au mètre qu'il lui reste à parcourir.

1) Le triangle ABC étant rectangle en A, alors les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont complémentaires.

Donc $\widehat{BCA} = 90° - \widehat{ABC} = 90° - 10° = 80°$

2) Dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$

D'où : $AC = 500 \times \tan 10° \approx 88$ m

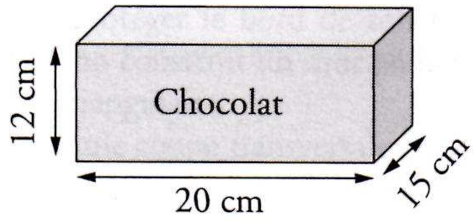
3) Dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$

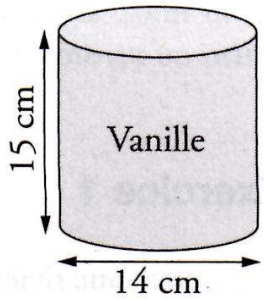
D'où : $BC = \dfrac{AB}{\cos \widehat{ABC}} = \dfrac{500}{\cos 10°} \approx 508$ m

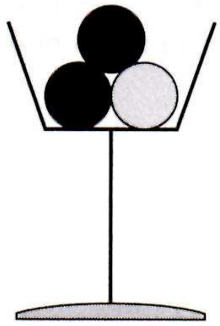
4) Dans le triangle DHB rectangle en H, on a : $\cos \widehat{DBH} = \dfrac{BH}{BD}$

D'où : $DB = \dfrac{BH}{\cos \widehat{DBH}} = \dfrac{400}{\cos 10°} \approx 406$ m

Exercice 3 :







Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm. Le pot de glace au chocolat ayant une forme d'un parallélépipède rectangle, est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.
Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.

Rappels : $V_{cylindre} = \pi r^2 h$; $V_{boule} = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1. a. Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm^3.
b. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'un pot de glace à la vanille.

2. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule contenue dans la coupe.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.*
Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

1) a) $V_{chocolat} = a \times b \times c = 20 \times 15 \times 12 = 3600 \text{ cm}^3$
b) $V_{vanille} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 7^2 \times 15 = 735 \times \pi \approx 2309 \text{ cm}^3$

2) $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2{,}1^3 = \frac{3087}{250} \times \pi \approx 39 \text{ cm}^3$

3) Pour 100 coupes de glace, il faut 200 boules au chocolat et 100 boules à la vanille.

Le nombre de pots de glace au chocolat nécessaires est donc : $\frac{200 \times V_{boule}}{V_{chocolat}} \approx \frac{7758}{3600} \approx 2{,}2$

Soit 3 pots de glace au chocolat

Le nombre de pots de glace à la vanille nécessaires est donc : $\frac{100 \times V_{boule}}{V_{vanille}} \approx \frac{3879}{2309} \approx 1{,}7$

Soit 2 pots de glace à la vanille

CORRECTION

PROBLEME : 12 points

Le directeur d'un théâtre sait qu'il reçoit environ 500 spectateurs quand le prix d'une place est de 20 €. Il a constaté que chaque réduction de 1 euro du prix d'une place attire 50 spectateurs de plus.
Toutes les parties sont indépendantes.

Première Partie.

1. Compléter le tableau 1 de l'Annexe 1.

2. On appelle x le montant de la réduction (en €). Compléter le tableau 2 de l'Annexe 1.

3. Développer l'expression de la recette obtenue à la question 2.

Deuxième Partie.
Le directeur de la salle souhaite déterminer le prix d'une place lui assurant la meilleure recette. Il utilise la fonction R donnant la recette (en €) en fonction du montant x de la réduction (en €).
Sa courbe représentative est donnée en annexe 2.
Par lecture graphique, répondre aux questions ci-dessous (on attend des valeurs approchées avec la précision permise par le graphique et on fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture) :

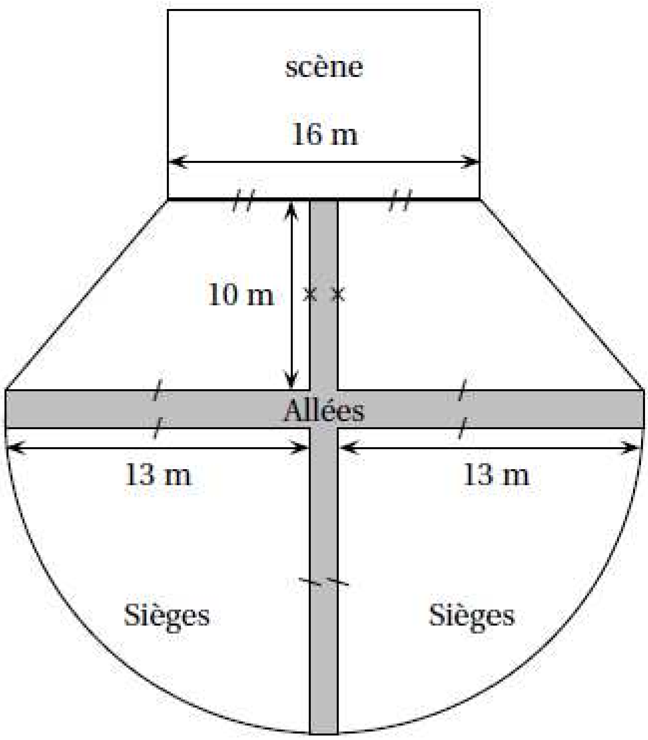
1. Quelle est la recette pour une réduction de 2 €?

2. Quel est le montant de la réduction pour une recette de 4050 € ? Quel est alors le prix d'une place ?

3. Quelle est l'image de 8 par la fonction R ? Interpréter ce résultat pour le problème.

4. Quelle est la recette maximale ? Quel est alors le prix de la place ?

Troisième Partie.
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.
La salle de spectacle a la forme ci-contre :
Les sièges sont disposés dans quatre zones : deux quarts de disques et deux trapèzes, séparées par des allées ayant une largeur de 2 m.
On peut placer en moyenne 1,8 sièges par m² dans la zone des sièges.
Calculer le nombre de places disponibles dans ce théâtre.



CORRECTION

DOCUMENT REPONSE A RENDRE AVEC VOTRE COPIE

Numéro de candidat : ……………………………

Annexe 1

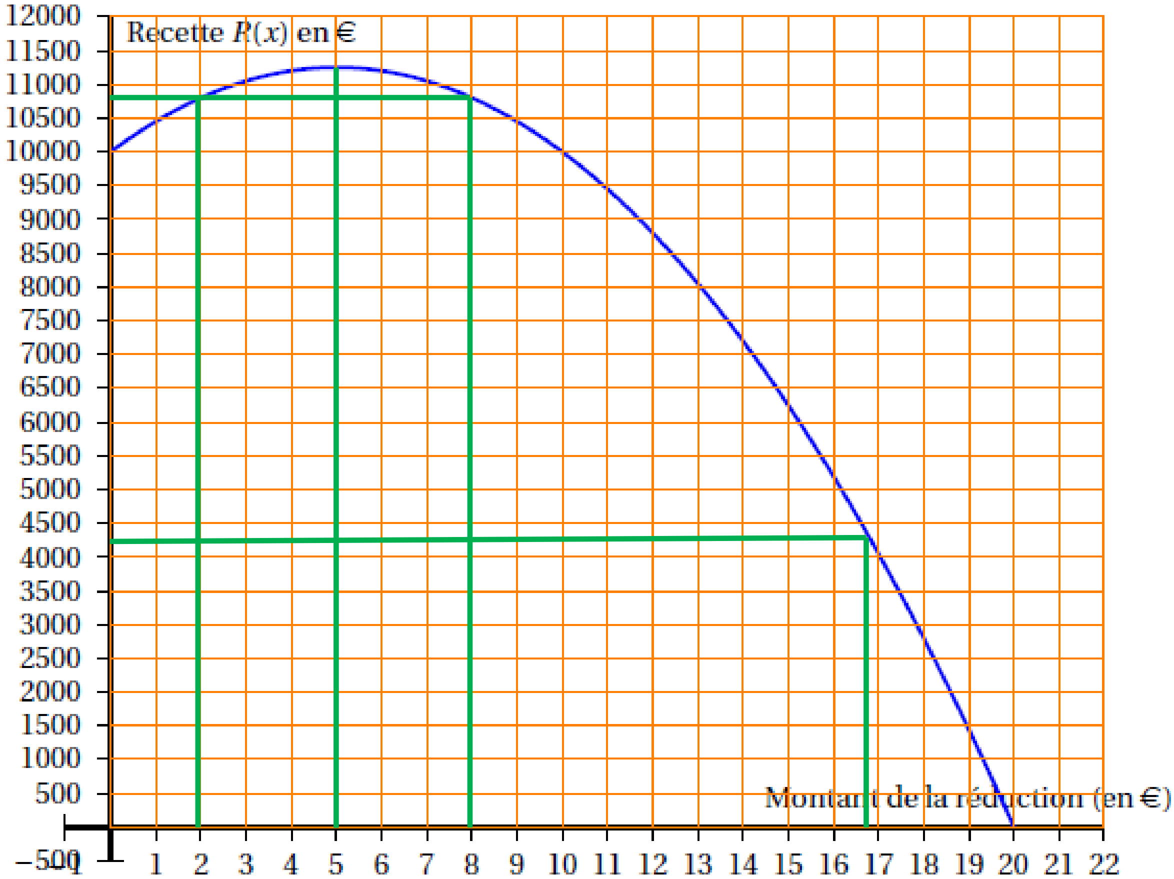
Tableau 1

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	$20 \times 500 = 10\,000$
1	19	550	$19\times550 = 10\,450$
2	18	600	$18\times600 = 10\,800$
4	16	700	$16\times700 = 11\,200$

Tableau 2

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
x	$20 - x$	$500 + 50x$	$(20 - x)(500 + 50x)$

Annexe 2



Première Partie.

1) $(20 - x)(500 + 50x) = 20\times500 + 20\times50x - x\times500 - 50x^2 = -50x^2 + 500x + 10000$

Deuxième Partie.

1) Pour une réduction de 2 €, on lit une recette de 10 800 € environ.
2) Pour une recette de 4050 €, on lit un montant de réduction de 17 € environ.
   Le prix d'une place est alors de 3€.
3) L'image de 8 par la fonction R est environ 4050 €.
   Pour un montant de réduction de 8 €, on obtient une recette de 4050 €.
4) La recette maximale est d'environ 11 200 € et le prix de la place correspondant est de 20 - 5 = 15 €.

CORRECTION

Troisième Partie.

Aire d'un trapèze = $\dfrac{\text{(Petite base + grande base)}\times\text{hauteur}}{2} = \dfrac{(7+13)\times 10}{2} = 100 \text{ m}^2$

Aire des 2 trapèzes = 200 m^2

Aire d'un quart de disque : $\dfrac{\pi\times r^2}{4} = \dfrac{\pi\times 13^2}{4} = \dfrac{169}{4}\times\pi \text{ m}^2$

Aire totale : $200 + \dfrac{169}{2}\times\pi \text{ m}^2$ ($\approx 465 \text{ m}^2$)

Nombre de sièges possibles : Aire totale$\times 1,8 \approx 838$ sièges